

Probepfung in Mathematik III

für die Studiengänge Agrar-, Erd-, Lebensmittel- und Umweltwissenschaften

1. Lösen Sie das folgende Problem für die Wellengleichung

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = \sin(2x) - \sin(3x), & 0 \leq x \leq \pi \\ u_t(x, 0) = \sin x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

(40%)

2. Bestimmen Sie die Fouriertransformation von

$$f(x) := \begin{cases} \pi & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und verwenden Sie das Resultat, um das folgende Integral zu berechnen:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx.$$

Hinweis: $\sin x = \frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix})$

(30%)

3. Ein Modell für die Verbreitung eines Gerüchts besagt, dass die Rate der Verbreitung proportional ist zum Produkt aus dem Anteil y der Population, der das Gerücht gehört hat und dem Anteil der Population, der das Gerücht nicht gehört hat.
- a) Schreiben Sie eine entsprechende Differentialgleichung auf, welche von y erfüllt wird und lösen Sie diese.
 - b) Um 8 Uhr morgens wissen 10% einer Bevölkerung von einem Gerücht und am Mittag sind es bereits 50%. Wie gross ist der Anteil der Bevölkerung, der vom Gerücht um 4 Uhr nachmittags weiss?

(30%)