

Übungsserie 11

1. Einer Gruppe von 20 Tennisspielern mittleren Niveaus werden je zwei Tennisschläger zum Testen ausgehändigt. Einer der Schläger ist jeweils mit einer Nylon-Saite bespannt, der andere mit einer synthetischen Darm-Saite. Nach einigen Wochen Testzeit wird jeder Spieler gefragt, ob er Nylon- oder Darm-Saiten bevorzugt. Es sei p der Anteil aller Tennisspieler mittleren Niveaus, die Darm-Saiten bevorzugen und X sei die Anzahl der Spieler unter den 20 Testspielern die Darm-Saiten bevorzugen. Da Darm-Saiten teurer sind als Nylon-Saiten, betrachten wir die Nullhypothese, dass höchstens die Hälfte der Spieler Darm-Saiten bevorzugt. Wir vereinfachen dies zu $H_0 : p = 0.5$ und werden H_0 nur ablehnen, falls der Versuchsausgang eindeutig Darm-Saiten bevorzugt.
 - a) Welcher der Verwerfungsbereiche $\{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$, $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ oder $\{0, 1, 2, 3, 17, 18, 19, 20\}$ ist am ehesten angemessen und warum sind die zwei anderen es nicht?
 - b) Was ist die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers erster Art für den in a) gewählten Verwerfungsbereich? Erhält man mit diesem Verwerfungsbereich einen Test zum Niveau $\alpha = 0.05$? Kann man diesen Verwerfungsbereich vergrößern ohne das Niveau $\alpha = 0.05$ zu verlieren?
 - c) Berechne die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers zweiter Art für den in a) gewählten Verwerfungsbereich unter den Annahmen $p = 0.6$ sowie $p = 0.8$.

2. Bei einer Qualitätskontrolle werden 300 Stück eines Produktes ausgewählt und geprüft. 189 Stück erfüllen die Anforderungen für ein Produkt erster Qualität.
 - a) Teste mit diesen Daten die Hypothese “Die Wahrscheinlichkeit p für ein Produkt erster Qualität beträgt mindestens $2/3$ ” auf dem Signifikanzniveau 5%. Welche Annahmen wird man machen?
 - b) Angenommen, p ist in Wirklichkeit gleich 0.6, wie gross ist dann der Fehler zweiter Art des in a) ausgeführten Tests?

Verwende jeweils eine Normalapproximation.

Bitte wenden!

3. a) Bei Frauen wird der Hämoglobingehalt im Blut üblicherweise mit einer Normalverteilung mit Mittelwert $\mu = 140g/l$ und Standardabweichung $\sigma = 10g/l$ modelliert. Bei einer zufällig ausgewählten Frau wird nun ein Hämoglobingehalt von $167g/l$ gemessen. Prüfe anhand dieser einzigen Messung mit einem zweiseitigen Test auf dem 1% Niveau, ob als Mittelwert tatsächlich $\mu = 140g/l$ angenommen werden kann. Gib

- das Modell,
- die Nullhypothese,
- die Alternativhypothese,
- die Teststatistik,
- die Verteilung der Teststatistik unter der Nullhypothese,
- den Verwerfungsbereich,
- den beobachteten Wert der Teststatistik, sowie
- den Testentscheid

an.

- b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, eine Abweichung vom Mittelwert von $27g/l$ oder mehr zu beobachten.

- c) Es stellt sich heraus, dass es sich bei der Frau aus a) um eine Langläuferin handelt. Mit dem gemessenen Wert von $167g/l$ überschreitet sie den für Sportlerinnen geltenden Grenzwert von $165g/l$ und wird deshalb des Dopings verdächtigt. Da die Messwerte immer mit einem kleinen Messfehler behaftet sind, verlangt die Frau die Auswertung einer zweiten Blutprobe, bei welcher jedoch der Wert mit $169g/l$ noch etwas höher ist.

Die Messwerte eines einzelnen Sportlers können ebenfalls mit einer Normalverteilung (mit unbekanntem Mittelwert und unbekannter Varianz des Messfehlers) modelliert werden. Teste auf dem 5% Niveau, ob der Hämoglobingehalt bei unserer Sportlerin tatsächlich grösser ist als $165g/l$. Mache wie in a) wiederum alle Angaben zum Test. Interpretiere den Testentscheid: Ist eine Dopingsperre gerechtfertigt?

4. Ein Photoapparat wird bezüglich Präzision der Verschlusszeiten untersucht. Bei einer Versuchseinstellung von 8 Millisekunden ergaben sich folgende Werte (in Millisekunden):

Versuchsnummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Verschlusszeit x	8.55	8.17	7.91	8.71	10.89	8.38	8.24	7.99	7.82

Das Mittel \bar{x}_9 der Stichprobe beträgt 8.52, die Standardabweichung $s_9 = 0.937$.

Wir nehmen an, die Verschlusszeiten seien normalverteilt. Kann man anhand dieser Daten sagen, dass die Verschlusszeit sich signifikant von 8 Millisekunden unterscheidet?

- a) Führe einen t -Test auf dem Niveau $\alpha = 0.05$ durch. Formuliere explizit:

- Modell

Siehe nächstes Blatt!

- Nullhypothese
- Alternative
- Teststatistik
- Verteilung der Teststatistik unter der Nullhypothese
- Verwerfungsbereich
- Beobachteter Wert der Teststatistik
- Testentscheid

b) Wir nehmen nun an, dass wir die wahre Streuung kennen und sie $\sigma = 0.4$ beträgt. Was ändert sich gegenüber a)? Führe nun den Test unter Berücksichtigung dieser Änderungen noch einmal durch.

Abgabe: Montag, 9. Dezember, bzw. Dienstag, 10. Dezember in den Übungsstunden oder *vor* den Übungen in den Fächern im HG E 65.

Präsenz: Montag und Donnerstag, 12-13 Uhr im HG G 32.6.

Homepage:

www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2013/other/stochastik_MAVT