

Übungsserie 13

1. Beim Abfüllen von Flüssigkeiten in 1-Liter-Behälter ist der Sollwert 'Inhalt 1 Liter' vorgegeben. Der Sollwert darf von Gesetzes wegen nicht systematisch unterschritten werden und aus wirtschaftlichen Gründen wird man ihn nicht überschreiten wollen. Der Entscheid, ob der Sollwert eingehalten wird oder nicht, wird anhand von 14 Messungen X_1, \dots, X_{14} gefällt. Die Messwerte in ml lauten wie folgt:

996, 992, 997, 999, 1005, 1003, 1001, 992, 998, 994, 997, 998, 999, 996

Führe einen Wilcoxon-Test zum Niveau 5% durch, um zu beurteilen, ob der Sollwert eingehalten wird.

Tabelle der 5%-Verwerfungsbereiche beim Wilcoxon-Test:

N	$H_A: m \neq 0$	$H_A: m < 0$	$H_A: m > 0$
4	—	—	—
5	—	{0}	{15}
6	{0} \cup {15}	[0, 2]	[19, 21]
7	[0, 2] \cup [26, 28]	[0, 3]	[25, 28]
8	[0, 3] \cup [33, 36]	[0, 5]	[31, 36]
9	[0, 5] \cup [40, 45]	[0, 8]	[37, 45]
10	[0, 8] \cup [47, 55]	[0, 10]	[45, 55]
11	[0, 10] \cup [56, 66]	[0, 13]	[53, 66]
12	[0, 13] \cup [65, 78]	[0, 17]	[61, 78]
13	[0, 17] \cup [74, 91]	[0, 21]	[70, 91]
14	[0, 21] \cup [84, 105]	[0, 25]	[80, 105]
15	[0, 25] \cup [95, 120]	[0, 30]	[90, 120]

2. Untenstehend findest du mehrere Beispiele für Vergleiche von 2 Stichproben. Beantworte für jedes Beispiel kurz die folgenden Fragen:

- Handelt es sich um gepaarte oder um ungepaarte Stichproben? Begründe!
- Ist der Test einseitig oder zweiseitig durchzuführen? Begründe!
- Wie lautet die Nullhypothese in Worten?
- Wie lautet die Alternativhypothese in Worten?

Bitte wenden!

- a) In einem Experiment sollte der Effekt von Zigarettenrauchen auf Blutplättchenanhäufungen untersucht werden. Dazu wurden 11 Probanden vor und nach dem Rauchen einer Zigarette Blutproben entnommen, und es wurde gemessen, wie stark sich die Blutplättchen anhäufeten. Es interessiert, ob sich Blutplättchen durch das Rauchen vermehrt anhäufen.
- b) Die nächsten Daten sind aus einer Studie von Charles Darwin über die Fremd- und Selbstbefruchtung. 15 Paare von Setzlingen mit demselben Alter wurden gezüchtet. Dabei wurde bei jedem Paar je einer durch Selbst- und einer durch Fremdbefruchtung produziert. Beide Teile je eines Paares hatten nahezu gleiche Bedingungen. Das Ziel bestand darin zu sehen, ob die fremdbefruchteten Pflanzen mehr Lebenskraft besitzen als die selbstbefruchteten (d.h., ob sie grösser werden). Es wurden die Höhen jeder Pflanze nach einer fixen Zeitspanne gemessen.
- c) Beeinflusst der Kalziumgehalt in der Nahrung den systolischen Blutdruck? Zur Überprüfung dieser Frage wurde einer Versuchsgruppe von 10 Männern während 12 Wochen ein Kalziumzusatz verabreicht. Einer Kontrollgruppe von 11 Männern gab man ein Placebopräparat.
- d) In einem Experiment wurde untersucht, ob Mäuse zwei Formen von Eisen (Fe^{2+} und Fe^{3+}) unterschiedlich gut aufnehmen. Dazu wurden 36 Mäuse in zwei Gruppen zu je 18 unterteilt und die eine Gruppe mit Fe^{2+} und die andere mit Fe^{3+} "gefüttert". Da das Eisen radioaktiv markiert war, konnte sowohl die Anfangskonzentration wie auch die Konzentration einige Zeit später gemessen werden. Daraus wurde für jede Maus der Anteil des aufgenommenen Eisens berechnet.
3. Die Geschwindigkeit von einem alten und einem neu gekauften PC soll miteinander verglichen werden. 10 zufällig ausgewählte Arbeiten (computer jobs) werden mit beiden Maschinen einmal durchgeführt und die nötigen Ausführungszeiten in Sekunden gemessen.

Man findet (mit A werden die Ausführungszeiten des alten PC bezeichnet, mit N die Ausführungszeiten des neuen PC):

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A_i	20	30	25	50	10	42	27	34	14	45
N_i	14	19	16	32	6	28	78	23	9	32
$D_i = N_i - A_i$	-6	-11	-9	-18	-4	-14	51	-11	-5	-13

Die aus den Daten berechneten Mittelwerte und Standardabweichungen sind:

$$\bar{a} = 29.7; \quad \bar{n} = 25.7; \quad \bar{d} = -4$$

$$s_A = 13.22; \quad s_N = 20.47; \quad s_D = 19.80.$$

Man möchte nun untersuchen, ob der neue PC generell schneller als der alte ist.

- a) Es handelt sich hier um 2 gepaarte Stichproben. Wieso? Begründe *kurz*.

Siehe nächstes Blatt!

- b) Führe einen t -Test auf dem 5%-Niveau durch. Gib die Modellannahmen, die Nullhypothese und die Alternative, den Wert der Teststatistik, den Verwerfungsbereich und die Entscheidung an.
- c) Führe einen Vorzeichentest auf dem 5%-Niveau durch. Gib die Nullhypothese und die Alternative, den P-Wert und die Entscheidung an.
- d) Nimm an, dass der Wilcoxon-Test einen P-Wert von 0.041 liefert für die gleiche Alternative wie in b). Was kannst du daraus schliessen? (Niveau 5%.)
- e) Würdest du für diese Daten den Wilcoxon-Test oder den t -Test vorziehen? Begründe *kurz*.

4. Die durchschnittliche Fahrzeit von Zürich nach Bellinzona mit einem Intercity Zug beträgt 146 Minuten. Mit dem Cisalpino werden die folgenden Zeiten gemessen:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
152	145	141	137	145	146	139	147	138

Wir nehmen an, dass diese Werte unabhängige Realisierungen einer normalverteilten Zufallsvariable mit unbekanntem Erwartungswert μ und unbekannter Varianz σ^2 sind.

- a) Teste die Hypothese $H_0 : \mu = 146$ gegen die Alternative $H_A : \mu \neq 146$ auf dem 5%-Niveau.
- b) Berechne das 2-seitige 95%-Vertrauensintervall für den wahren Erwartungswert μ .

Bei einem neuen Zug misst man folgende Zeiten:

y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9
150	140	138	137	145	146	139	147	136

Man möchte diese Werte mit denen des Cisalpinos vergleichen.

- c) Handelt es sich um einen gepaarten oder um einen ungepaarten Vergleich (Begründung)?
- d) Führe den entsprechenden t -Test für die Nullhypothese “die erwartete Zeit ist gleich für die beiden Züge” auf dem 5%-Niveau durch.

Kennzahlen: $\bar{x}_9 = 143.33$, $\bar{y}_9 = 142$, $s_x^2 = 24.25$, $s_y^2 = 25.5$.

Abgabe: Keine Abgabe.

Semesterpräsenz: Montag und Donnerstag, 12-13 Uhr im HG G 32.6.

Ferienpräsenz: Voraussichtliche Termine: 06., 09., 13. und 16. Januar jeweils von 13.00 bis 14.30 Uhr im HG G 32.6. (Homepage beachten).

Homepage:

www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2013/other/stochastik_MAVT