Übungsserie 2

1. Wir betrachten ein Jasskartenspiel. (Ein Jasskartenspiel besteht aus 36 Karten, davon jeweils neun Karten von den vier Farben "Herz", "Ecke", "Kreuz" und "Schaufel".) Maria teilt die gut gemischten Karten an sich selbst, ihren Vater, ihren Bruder und einen weiteren Mitspieler aus. Jeder bekommt neun Karten.

a) Auf wieviele Arten kann Maria die Karten so austeilen?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit teilt sie sich selbst nur Karten der Farbe "Herz" aus?

c) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ihre Karten alle von der gleichen Farbe sind?

d) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ihre Karten und die Karten ihres Vaters jeweils alle von der gleichen Farbe sind?

e) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ihre Karten und die Karten ihres Vaters jeweils alle von der gleichen Farbe sind, aber die anderen beiden Mitspieler jeweils Karten verschiedener Farben bekommen haben?

Hinweis: Verwende Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$, um die Resultate auszudrücken.

2. Wir analysieren einen Tennis-Match: Novak Djokovic gegen Rafael Nadal. Der Match wird nach der Regel "best of 3" gespielt, d.h. Sieger ist, wer zuerst zwei Sätze gewinnt (es werden also maximal 3 Sätze gespielt). Wir nehmen an, dass Djokovic jeden einzelnen Satz – unabhängig von den anderen – mit Wahrscheinlichkeit $p = 2/3$ gewinnt. Mit A bezeichnen wir das Ereignis, dass Djokovic den ersten Satz gewinnt, und B bezeichne das Ereignis, dass Djokovic den ganzen Match (also zwei Sätze) gewinnt.

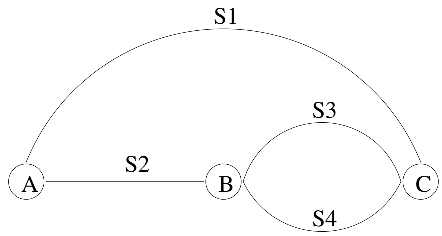
a) Drücke die Ereignisse $B^c|A$, $B|A$ und $B|A^c$ in Worten aus, und berechne die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.

b) Berechne mit Hilfe von Teilaufgabe **a)** die Wahrscheinlichkeit, dass Djokovic den Match gewinnt.

c) Drücke die Ereignisse $A|B$ und $A|B^c$ in Worten aus, und berechne die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.

Bitte wenden!

3. Die Strassen zwischen der Stadt A und dem Skigebiet C sind in folgenden Plan eingezeichnet:



Jede der 4 Strassen $S_1, \ldots, S_4$ ist unabhängig von den anderen Strassen mit der Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{3}$ verschneit und deshalb nicht befahrbar.

a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass man von A nach C kommt, wenn bekannt ist, dass S_1 verschneit ist?

b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass man von A nach C kommt, wenn nichts über den Zustand der Strassen bekannt ist?

c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass S_1 offen ist, falls bekannt ist, dass es eine Möglichkeit gibt, von A nach C zu gelangen?

4. Eine Versicherungsgesellschaft teilt ihre Kunden anhand der Schadeneintrittswahrscheinlichkeiten in drei Kategorien ein, wobei ein Kunde zu genau einer Kategorie gehört. In der folgenden Tabelle sind die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für jede Kategorie gegeben (beispielsweise verursachen gute Risiken mit Wahrscheinlichkeit 1% einen Schaden).

Kategorie	Wahrscheinlichkeit
Gute Risiken	1%
Mittlere Risiken	5%
Teure Risiken	10%

Der Anteil der guten Risiken betrage 40%, 50% seien mittlere Risiken und 10% teure Risiken.

a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Kunde einen Schaden verursacht?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Kunde, der einen Schaden verursacht hat, ein gutes Risiko?

c) Welcher Anteil der Kunden verursacht einen Schaden und gehört nicht zur teuren Kategorie?

Abgabe: Montag, 07. Oktober, bzw. Dienstag, 08. Oktober in den Übungsstunden oder *vor* den Übungen in den Fächern im HG E 65.
Präsenz: Montag und Donnerstag, 12-13 Uhr im HG G 32.6.
`www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2013/other/stochastik_MAVT`