

Übungsserie 4

1. Wir betrachten eine Messsonde an einem Vulkankrater, welche den bevorstehenden Ausbruch beobachten soll. Ab Beginn der Messungen gehen wir davon aus, dass die Sonde in jeder Sekunde mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 5\%$ wegen zu grosser Beschädigung ausfällt. Die Zufallsvariable Y bezeichne die Lebensdauer der Sonde in Sekunden.
 - a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Sonde mehr als 10 Sekunden überlebt?
 - b) Wir wissen, dass die Sonde schon mehr als 20 Sekunden überlebt hat. Wie gross ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass die Sonde nochmals 10 Sekunden überlebt?
 - c) Diese Sonde sende nun jede Sekunde bis zum Ausfall ein Datenpaket an die Empfangsstation, wobei wir annehmen, dass jedes Paket unabhängig von den anderen mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% empfangen wird. Die Zufallsvariable Z bezeichne die Anzahl der erhaltenen Datenpakete. Nehmen wir an, dass die Sonde nach 30 Sekunden ausfällt. Wie gross ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass während dieser Zeit mehr als 27 Datenpakete erhalten werden?

2. Ein Nachrichtenkanal überträgt binäre Codewörter zu je 1024 Bits. Die einzelnen Bits werden unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit $p = 10^{-3}$ falsch übertragen. Ein Wort wird *genau dann* richtig decodiert, *wenn* es höchstens drei falsch übermittelte Bits enthält. Es bezeichne X die Anzahl falsch übertragener Bits in einem Codewort.
 - a) Welche Verteilung besitzt X ?
 - b) Benutze eine geeignete Approximation der Verteilung von X um die Wahrscheinlichkeit, dass ein Codewort richtig decodiert wird, zu berechnen.
 - c) Eine Meldung bestehend aus 10 Wörtern wird übermittelt. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Wort falsch decodiert wird.

Bitte wenden!

3. Die Zufallsvariable X habe folgende Dichte:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x+1} & : 0 \leq x \leq 10, \\ 0 & : \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Bestimme die Konstante c .
 - b) Berechne die Verteilungsfunktion von X .
 - c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass X einen Wert zwischen 7 und 9 einnimmt.
 - d) Berechne den Erwartungswert $E[X]$ und die Varianz $\text{Var}(X)$.
4. Für die kommende Jagdsaison werde das Gewicht von Gemsböcken untersucht. Dazu wird angenommen, dass das Gewicht X eines (zufällig ausgewählten) ausgewachsenen Gemsbocks normalverteilt sei mit $E[X] = 28$ und $\text{Var}(X) = \left(\frac{5}{2}\right)^2$.
- a) Zeichne eine Skizze der Dichte der angegebenen Verteilung. Zeichne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig geschossener Bock schwerer als dreissig Kilo ist, in die Skizze ein.
 - b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein geschossener Bock zwischen 26 und 32 Kilogramm wiegt?
 - c) Bestimme eine Konstante c so, dass 90% der Gemsböcke ein Gewicht zwischen $28 - c$ und $28 + c$ Kilo aufweisen. Mache eine Skizze.

Abgabe: Montag, 21. Oktober, bzw. Dienstag, 22. Oktober in den Übungsstunden oder vor den Übungen in den Fächern im HG E 65.

Präsenz: Montag und Donnerstag, 12-13 Uhr im HG G 32.6.

Homepage:

www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2013/other/stochastik_MAVT