

Übungsserie 7

1. Gegeben seien 10 Laserdrucker, deren Lebensdauern unabhängig voneinander und exponentialverteilt sind mit Parameter $\alpha = 1$. Es bezeichne A den Zeitpunkt, zu dem erstmals einer der 10 Laserdrucker ausfällt. B sei der Zeitpunkt des zweiten Ausfalls. Bestimme die Verteilungsfunktion und die Dichte
 - a) von A und
 - b) von B .

2. Die Anzahl Y defekter Stellen auf einem Chip sei poissonverteilt mit Parameter λ . Sei X die Anzahl der Fehler in einem bestimmten Teilgebiet des Chips. Wir nehmen an, dass sich jeder der insgesamt Y Fehler unabhängig von den anderen mit Wahrscheinlichkeit $p \in (0, 1)$ in diesem Teilgebiet befindet.
 - a) Bestimme die Verteilung von X und die von $Y - X$.
 - b) Sind X und $Y - X$ unabhängig?

3. Es seien X und Y unabhängige, $\mathcal{N}(0, 1)$ - verteilte Zufallsvariablen. Wir betrachten die Zufallsvariable Z , welche definiert ist als

$$Z := \text{sign}(Y) \cdot X = \begin{cases} X & \text{falls } Y > 0, \\ -X & \text{falls } Y \leq 0. \end{cases}$$

- a) Bestimme die Verteilung von Z .
- b) Berechne die Korrelation von X und Z .
- c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit $P[X + Z = 0]$.
- d) Sind X und Z unabhängig? Begründe deine Antwort durch ein präzises mathematisches Argument.

4. Eine Sonde landet auf einer grossen Ebene. Den erwarteten Landepunkt bezeichnen wir mit $(0, 0)$, und den tatsächlichen Landepunkt (X, Y) fassen wir als zufällig auf. Wir wollen annehmen, dass X und Y unabhängig und normalverteilt sind mit Erwartungswerten $\mu_X = \mu_Y = 0$ und Varianzen $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = 1$. Leider ist der Sender der Sonde defekt und übermittelt anstelle beider Koordinaten des Landepunktes nur die erste, also X . Uns interessiert, um wieviel die Sonde den erwarteten Landeplatz verfehlt hat, wir betrachten daher den Abstand $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$.

a) Bestimme $P[R > r]$ für beliebiges $r > 0$.

b) Berechne die Korrelation von X und R .

c) Sind X und R unabhängig?

Abgabe: Montag, 11. November, bzw. Dienstag, 12. November in den Übungsstunden oder *vor* den Übungen in den Fächern im HG E 65.

Präsenz: Montag und Donnerstag, 12-13 Uhr im HG G 32.6.

Homepage:

www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2013/other/stochastik_MAVT