

Übungsserie 9

1. 100 ohmsche Widerstände werden parallel geschaltet. Wir nehmen an, dass die Widerstandswerte der einzelnen Widerstände unabhängig voneinander und gleichverteilt sind, und zwar uniform auf dem Intervall von 90 Ohm bis 110 Ohm. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit (approximativ), dass die Parallelschaltung einen Widerstand von mehr als 1.005 Ohm besitzt?

Hinweis: Der Widerstand der Parallelschaltung ist gegeben durch $R = \frac{1}{G}$ wobei $G = G_1 + \dots + G_{100} = \frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_{100}}$ den Leitwert der Parallelschaltung darstellt.

2. Eine Brauerei verkauft einem Getränkeverteiler einen grossen Stock Bierfässer. Der Inhalt I (in Litern) jedes Fasses sei eine Zufallsvariable, gegeben durch $I = 25X$, wobei die Zufallsvariable X eine Beta($a = 100, b = 2$) Verteilung habe. Die Dichtefunktion von X ist gegeben durch

$$f_X(x) = c \cdot x^{a-1} \cdot (1-x)^{b-1}; \quad 0 \leq x \leq 1$$

mit Parametern $a = 100, b = 2$ und Normierungskonstante $c = 10^4/100$. (Beachte, dass X nur Werte im Bereich $[0, 1]$ annehmen kann.) Weiter seien die Inhalte der Fässer unabhängig voneinander.

- a) Zeige, dass der Erwartungswert von X gleich $100/102$ (≈ 0.98) und die Varianz von X gleich $50/267903$ ($\approx 1.86 \cdot 10^{-4}$) sind.
- b) Wieviele Liter Bier sind in total 120 Fässern mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% mindestens enthalten?

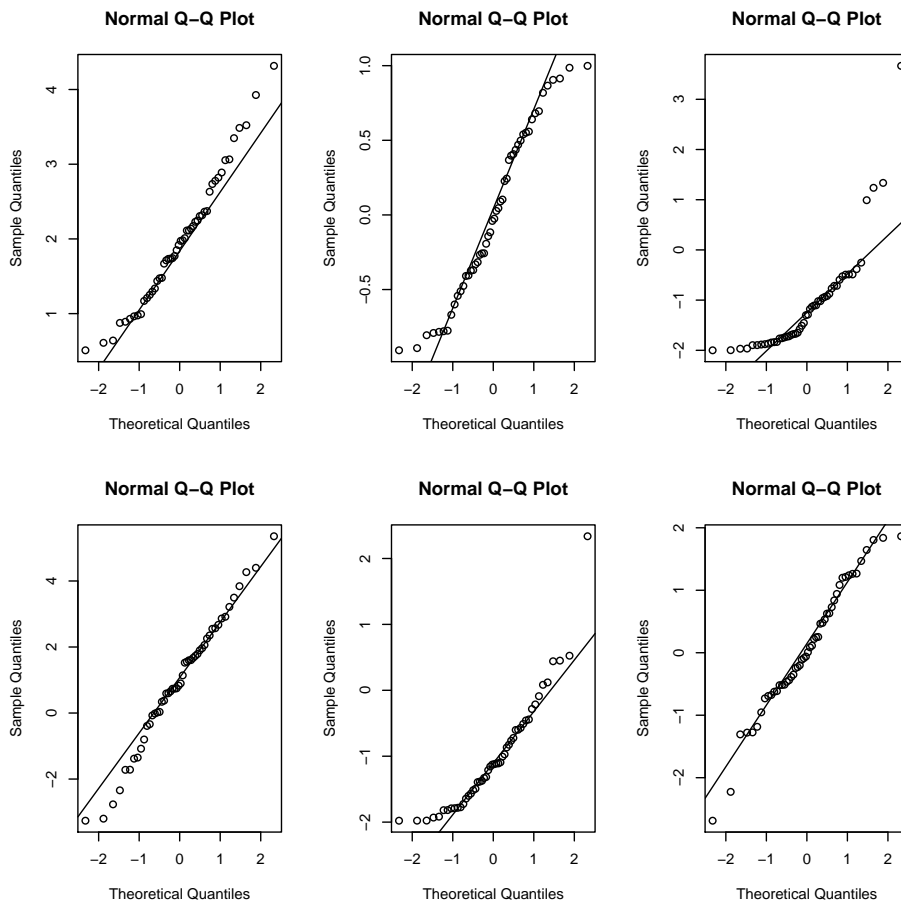
Hinweis: Zentraler Grenzwertsatz.

Ein Teil der Fässer ist nicht gut verschlossen und während der Lagerung wird das enthaltene Bier schlecht. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fass unabhängig von den anderen und unabhängig vom Inhalt nicht gut verschlossen ist, sei 2%.

- c) Wieviele Liter gutes Bier kann der Getränkeverteiler erwarten, wenn er 120 Fässer kauft? Mit welcher Varianz?
- d) Wieviele Fässer soll der Getränkeverteiler kaufen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% mindestens 3000 Liter gutes Bier zu haben?

Bitte wenden!

3. Die erwartete Lebensdauer μ eines Batterietyps ist unbekannt und soll durch das arithmetische Mittel der Lebensdauern von n unabhängigen Testbatterien dieses Typs geschätzt werden. Erfahrungsgemäss ist die Standardabweichung der Lebensdauer ungefähr 5 Stunden. Wie groß muss n mindestens sein, damit der Absolutbetrag der Differenz zwischen arithmetischem Mittel und μ mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% höchstens 1 Stunde beträgt?
4. Die folgenden sechs Figuren stellen Quantil-Quantil-Plots mit Stichprobenumfang 50 verschiedener Verteilungen gegen die Normalverteilung dar.



Folgende Verteilungen wurden simuliert: Je einmal $\mathcal{N}(0, 1)$, $\mathcal{N}(2, 1)$, $\mathcal{N}(1, 2^2)$, $\text{Uni}[-1, 1]$ sowie zweimal die Verteilung von $Y := Z - 2$ wobei $Z \sim \text{Exp}(1)$.

Bestimme bei jeder Figur welche Verteilung simuliert wurde und begründe deine Entscheidung.

Abgabe: Montag, 25. November, bzw. Dienstag, 26. November in den Übungsstunden oder vor den Übungen in den Fächern im HG E 65.

Präsenz: Montag und Donnerstag, 12-13 Uhr im HG G 32.6.