## Geometrie: Serie 6

Abgabe im Fächlein des Assistenten bis Freitag, 5. Dezember 2014, die korrigierten Serien sind ab Montag, 8. Dezember im Fächlein des Assistenten zu finden.

**Aufgabe 1.** Zeige die Invarianz des Doppelverhältnisses unter gebrochenen linearen Transformationen direkt, das heisst, zeige dass für alle  $z_1, z_2, z_3, z_4 \in \overline{\mathbb{C}}$  mit  $z_1 \neq z_4$  und  $z_2 \neq z_3$  und alle  $g \in GL(2, \mathbb{C})$  gilt dass

$$D(L_g(z_1), L_g(z_2), L_g(z_3), L_g(z_4)) = D(z_1, z_2, z_3, z_4),$$

ohne die Beschreibung von  $GL(2,\mathbb{C})$  mit Generatoren zu verwenden.

**Aufgabe 2.** Zeige, dass das Axiom  $I_1$  und das Axiom von Pasch  $B_4$  in der hyperbolischen Ebene gelten.

**Aufgabe 3.** Sei  $P = \{A, B, C, D, E\}$  eine fünfelementige Menge und sei

$$\mathfrak{g} := \Big\{ \{A,B\}, \{A,C\}, \{A,D\}, \{A,E\}, \{B,C\}, \{B,D\}, \{B,E\}, \{C,D\}, \{C,E\}, \{D,E\} \Big\}.$$

Zeige, dass die Geometrie deren Punktmenge P und deren Geradenmenge  $\mathfrak{g}$  ist, die Axiome  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$  erfüllt, aber das Parallelenaxiom P nicht erfüllt.