D-ITET, D-MATL, RW
Dr. V. Gradinaru
D. Devaud, A. Hiltebrand

Serie 1

1. *Multiple Choice: Online abzugeben.*
Man löse die folgenden zwei Gleichungssysteme mit dem Gauss–Algorithmus:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 2x_4 & = & b_1 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 4x_4 & = & b_2 \\ x_1 & + & 3x_2 & + & 6x_3 & + & 10x_4 & = & b_3 \\ x_1 & + & 4x_2 & + & 10x_3 & + & 20x_4 & = & b_4 \end{array}$$

a) Für $b_1 = 1,\ b_2 = 3,\ b_3 = 2,\ b_4 = 2$ ist die Lösung:

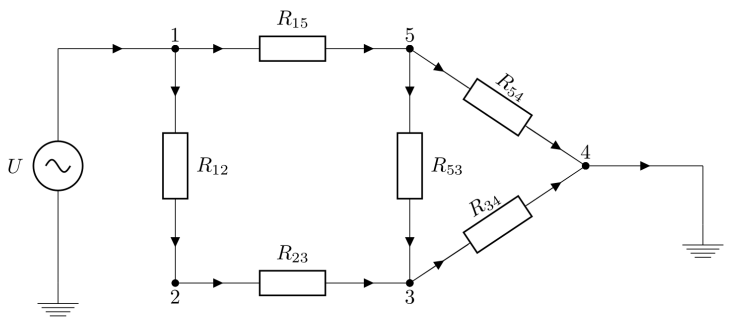
(i) $x_4 = \frac{7}{4},\ x_3 = -3,\ x_2 = \frac{3}{2},\ x_1 = 1$
(ii) $x_4 = \frac{6}{4},\ x_3 = -2,\ x_2 = \frac{5}{2},\ x_1 = 2$
(iii) $x_4 = \frac{5}{4},\ x_3 = -4,\ x_2 = \frac{7}{2},\ x_1 = 3$
(iv) $x_4 = \frac{3}{4},\ x_3 = -6,\ x_2 = \frac{9}{2},\ x_1 = 4$

b) Für $b_1 = 0,\ b_2 = -3,\ b_3 = 2,\ b_4 = 1$ ist die Lösung:

(i) $x_4 = -5,\ x_3 = 14,\ x_2 = -7,\ x_1 = -11$
(ii) $x_4 = -4,\ x_3 = 13,\ x_2 = -6,\ x_1 = -10$
(iii) $x_4 = -3,\ x_3 = 12,\ x_2 = -5,\ x_1 = -9$
(iv) $x_4 = -2,\ x_3 = 11\ x_2 = -4,\ x_1 = -8$

Bitte wenden!

2. Wir betrachten den folgenden Schaltplan:



Aufgrund des Ohmschen Gesetzes haben wir

$$I_{kj} = \frac{U_j - U_k}{R_{kj}},$$

wobei R_{jk} der Widerstand zwischen den Knoten j und k, I_{jk} die entsprechende Stormstärke und U_j die Knotenspannung ist. Wegen der Kirchhoffschen Gesetze gilt

$$\begin{aligned} U_1 &= U, \\ U_4 &= 0, \\ I_{12} - I_{23} &= 0, \\ I_{53} + I_{23} - I_{34} &= 0, \\ I_{15} - I_{54} - I_{53} &= 0. \end{aligned}$$

a) Gegeben R_{jk} und U, schreiben Sie das lineare Gleichungssystem für U_j in Matrixform $\underline{\underline{A}}\,\underline{U} = \underline{b}$, wobei $\underline{\underline{A}}$ eine 3×3-Matrix ist und $\underline{U} := (U_2, U_3, U_5)^T$ sowie $\underline{b}$ 3×1-Vektoren sind.

b) Sei nun $U = 1$ und

$$R_{12} = R_{15} = R_{23} = R_{35} = R_{45} = R_{34} = 1.$$

Berechnen Sie U_j für $j = 2, 3, 5$.

Abgabe: Semesterwoche 3 in den jeweiligen Übungen beim zugeteilten Assistenten.