Dr. V. Gradinaru
A. Hiltebrand
D. Devaud

Online-Test 1

Einsendeschluss: Montag, der 17.11.2014 10:00 Uhr

Dieser Test ist als Angebot zu verstehen. Er dient, seriös bearbeitet, als Repetition des bisherigen Vorlesungsstoffes und als Training für die Prüfung. Es werden auch Lösungen veröffentlicht werden.

---

1. Bestimmen Sie die Inverse der Matrix $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(c) Die Matrix ist nicht invertierbar.

2. Für beliebige $n \times n$-Matrizen A und B gilt

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2.$$

(a) Richtig.

(b) Falsch.

3. Sei A eine $n \times n$ – Matrix. Dann gilt:

A regulär $\iff$
Die Spalten von A sind linear unabhängig.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

4. Sei A eine $n \times n$ – Matrix. Dann gilt:

$$\begin{aligned} &Ax = 0 \text{ hat nur die Lösung } x = 0 \Longleftrightarrow \\ &\text{Die Spalten von } A \text{ sind linear unabhängig.} \end{aligned}$$

(a) Richtig.

(b) Falsch.

5. Gegeben sei $Ax = b$, wobei

$$A = \left[a^{(1)} \dots a^{(n)}\right] \in \mathbb{R}^{m \times n},$$

$$b \in \mathbb{R}^m \text{ mit } b \notin \operatorname{span}\left\{a^{(1)}, \dots, a^{(n)}\right\}.$$

Dann existiert keine Lösung von $Ax = b$.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

6. Sei A eine 2×4 – Matrix vom Rang 2. Dann besitzt $A\,x = 0$ eine nichttriviale Lösung.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

7. Für die reelle Matrix $A := \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ hat das lineare Gleichungssystem $Ax = 0$:

(a) keine Lösung

(b) eine eindeutige Lösung

(c) eine Lösungsmenge mit 1 freien Parameter

(d) eine Lösungsmenge mit 2 freien Parametern

8. Für die reelle Matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ und den reellen Vektor $b = [1, 2, 0]^\top$ hat das lineare Gleichungssystem $Ax = b$

(a) keine Lösung

(b) eine eindeutige Lösung

(c) eine Lösungsmenge mit 1 freien Parameter

(d) eine Lösungsmenge mit 2 freien Parametern

9. Für die reelle Matrix $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 8 & a^2 - 2a \\ -2 & -1 & a-1 & 3 \end{bmatrix}$ gilt:

(a) Für $a = 0$ ist $\operatorname{Rang} B = 2$.

(b) $\operatorname{Rang} B > 1 \ \forall a \in \mathbb{R}$.

(c) Für $a = 1$ ist $\dim(\operatorname{Kern} B) = 2$.

10. Für drei linear abhängige Vektoren $a^{(1)}$, $a^{(2)}$, $a^{(3)}$ eines reellen Vektorraums gibt es Skalare α, $\beta \in \mathbb{R}$ mit $a^{(1)} = \alpha\, a^{(2)} + \beta\, a^{(3)}$.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

11. Seien $a^{(1)}, a^{(2)}, a^{(3)}$ Vektoren eine Vektorraums. Dann gilt:

$$a^{(1)},\ a^{(2)},\ a^{(3)} \text{ sind linear unabhängig} \Longleftrightarrow$$
$$\left\{ \begin{array}{ll} a^{(1)} \notin \operatorname{span}\left\{a^{(2)},\ a^{(3)}\right\} & \text{und} \\ a^{(2)} \notin \operatorname{span}\left\{a^{(1)},\ a^{(3)}\right\} & \text{und} \\ a^{(3)} \notin \operatorname{span}\left\{a^{(1)},\ a^{(2)}\right\} & \end{array} \right\}.$$

(a) Richtig.

(b) Falsch.

12. Betrachte den Vektorraum $\mathcal{F}$ der Funktionen $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit der Addition

$$(f+g)(x) := f(x) + g(x)$$

und der skalaren Multiplikation

$$(\lambda f)(x) := \lambda f(x).$$

Darin enthalten ist der Unterraum $\mathcal{P}_3(x) := \{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \,|\, a_i \in \mathbb{R}\}$ der Polynome mit Grad < 3. Es gilt:

(a) $\operatorname{span}\{x+1, x-1, x^2+1, x^2-1\}$ ist gleich $\mathcal{P}_3(x)$.

(b) $x+1, x-1, x^2+1, x^2-1 \in \mathcal{P}_3(x)$ sind linear unabhängig.

(c) $x+1, x-1, x^2+1, x^2-1 \in \mathcal{P}_3(x)$ bilden ein Erzeugendensystem von $\mathcal{F}$.

(d) $x+1, x-1, x^2+1, x^2-1 \in \mathcal{P}_3(x)$ bilden ein Erzeugendensystem von $\mathcal{P}_3(x)$.

(e) Die Polynome $x+1, x-1, x^2+1, x^2-1 \in \mathcal{P}_3(x)$ bilden eine Basis von $\mathcal{P}_3(x)$.