

Serie 5

1. Berechne den Grenzwert, wenn er existiert.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n + 1}{n^3 + 2n^2 - n}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^6 + 3n^4 + 2n^2 - 1}{5n^6 - 20n^5}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 - 1}{n^3 + n^2 + n + 1}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2+i)n^7 - 3n^5 + (6-5i)n^4 + 3n^2}{(1-i)n^7 - (2i-1)n^5 + 4in^4 - in}$

2. Schreibe die ersten vier Folgenglieder der Folgen (a_n) , (b_n) , (c_n) explizit hin. Man kann zeigen, dass diese Folgen konvergieren. Bestimme ihre Grenzwerte.

a) $a_0 = 0$, $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$

b) Sei $x > 0$. $b_0 = 1$, $b_{n+1} = \frac{1}{2} \left(b_n + \frac{x}{b_n} \right)$

c) Sei $F_0 = 1$, $F_1 = 1$ und $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ die Fibonacci-Folge. $c_n = \frac{F_{2n+1}}{F_{2n}}$

3. Berechne $\sqrt{3}$ auf 8 Nachkommastellen genau.

4. Multiple Choice.

1. Welche der Aussagen gilt?

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n} = 1$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/(2n)} = 1$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^{1/(2n)} + n^{2/n}) = 2$

(d) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{-1/(3n)} (1 - n^{2/(3n)}) = 0$

2. Sei q eine komplexe Zahl mit $|q| < 1$. Welche der Aussagen gilt?

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 q^n = 0$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^5 (q^n + q^{n/2}) = 0$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (q^n + q^{n-1} + \dots + q + 1) = 0$

3. Welche der Aussagen gilt für die Folge i^n (i imaginäre Einheit)?

(a) Sie ist beschränkt.

(b) Sie konvergiert.

4. Welche der Aussagen gilt für die Folge $(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i)^n$?

(a) Sie ist beschränkt.

(b) Sie konvergiert.

Siehe nächstes Blatt!

5. Welche der Aussagen gilt für die Folge $\left(\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i\right)^n$?

(a) Sie ist beschränkt.

(b) Sie konvergiert.

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: Montag, 27.10.2014, in der Übungsstunde.

Vorlesungshomepage: http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2014/other/mathematik1_CHAB