

## Serie 7

1. a) Für welche  $a \in \mathbb{R}$  konvergiert  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{a^n}$ ?

b) Konvergiert  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^3}$ ?

2. Betrachte die Reihe  $l(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n}$ .

a) Konvergiert  $l(1)$ ?

b) Konvergiert  $l(-1)$ ?

c) Für welche  $x \in \mathbb{R}$  konvergiert die Reihe  $l(x)$ ?

d) Für welche  $x \in \mathbb{R}$  ist die Reihe  $l(x)$  alternierend?

*Bemerkung:* Wir werden sehen, dass  $l(x) = \ln(x+1)$  für  $|x| < 1$  ist.

3. Für  $s > 1$  setzt man  $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$  (*Riemann-Zeta-Funktion*). Zeige, dass die Reihe  $\zeta(s)$  konvergiert.

4. Multiple Choice.

1. Welche der Aussagen gilt?

- (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$  konvergiert.
- (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n^3}$  konvergiert.

2. Sei  $n_0 > 0$  und  $C \geq 0$ . Sei  $(a_n)_n$  eine positive Folge, die  $a_{n+1} \leq C a_n$  für alle  $n \geq n_0$  erfüllt. Welche der Aussagen gilt?

- (a) Die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergiert.
- (b) Die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergiert, wenn  $C \leq 1$  ist.
- (c) Die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergiert, wenn  $C < 1$  ist.

**Abgabe der schriftlichen Aufgaben:** Montag, 10.11.2014, in der Übungsstunde.

**Vorlesungshomepage:** [http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2014/other/mathematik1\\_CHAB](http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2014/other/mathematik1_CHAB)