Serie 9

1. Zeige $\lim_{n\to\infty} (n!)^{\frac{1}{n}} = \infty$.

2. Definiere

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2} \qquad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i} \quad .$$

a) Verifiziere $\cos z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^{2k}}{(2k)!}$.

b) Verifiziere $\sin z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^{2k+1}}{(2k+1)!}$.

c) Berechne $\cos z \sin z$ aus **a** und **b**.

d) Berechne $\frac{\sin(2z)}{2}$ aus **b**.

3. Zeige $\lim_{n \to\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$.

Bitte wenden!

4. Multiple Choice.

1. Für $s \in \mathbb{C}$ sei $B_s(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{s}{n} x^n$ die Binomialreihe. Der Koeffizient von x^4 in $B_{-1/4}(x)$ ist

(a) $\frac{195}{2048}$.

(b) $\frac{195}{4096}$.

2. Der Koeffizient von x^4 in $B_{-1/2}(x)$ ist

(a) $\frac{35}{128}$.

(b) $\frac{35}{64}$.

3. Der Koeffizient von x^4 in $B_{1/3}(x)$ ist

(a) $-\frac{10}{243}$.

(b) $-\frac{10}{81}$.

4. Die Regel des Pascal'schen Dreiecks $\binom{s}{n-1} + \binom{s}{n} = \binom{s+1}{n}$ gilt für

(a) $s \in \mathbb{N}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

(b) $s \in \mathbb{C}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

(c) $s \in \mathbb{N}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$

(d) $s \in \mathbb{C}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$

Siehe nächstes Blatt!

5. Sei $s \in \mathbb{C}$. Der Binomialkoeffizient $\binom{-s}{n}$ ist

(a) $(-1)^n \binom{s}{n}$.

(b) $(-1)^n \binom{s+n-1}{n}$.

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: Montag, 24.11.2014, in der Übungsstunde.

Vorlesungshomepage: `http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2014/other/mathematik1_CHAB`