D-CHAB | Grundlagen der Mathematik I (Analysis A) | HS 2014
Theo Bühler

Serie 10

1. Betrachte die Funktion $f : (-1,1) \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\lfloor \frac{1}{x} \rfloor} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}.$$

a) Skizziere den Graphen von f.

b) An welchen Stellen $x \in (-1,1)$ ist f stetig?

2. Skizziere folgende Funktionen.

a) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

b) $f(x) = \frac{x^3-2x^2-x+2}{x^2-4}$

c) $f(x) = \frac{2x^3-4x^2-2x+4}{x^5-3x^4+2x^3}$

3. Die Ableitung einer Funktion f in x ist gegeben durch

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}.$$

Verifiziere

a) Für $f(x) = x^2$ ist $f'(x) = 2x$.

b) Für $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$, ist $f'(x) = nx^{n-1}$.

c) Für $f(x) = e^{ax}$, $a \in \mathbb{R}$, ist $f'(x) = af(x)$.

1. nur unter Verwendung der charakterisierenden Eigenschaften der Exponentialfunktion.
2. mit Hilfe von $\left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n\right)' = \sum_{n=0}^{\infty} n a_n x^{n-1}$.

Bitte wenden!

4. Multiple Choice.

1. Die Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ auf der Vereinigung von $(-\infty, 0)$ und $(0, \infty)$ ist

(a) überall stetig.

(b) in $x = 0$ nicht stetig.

2. Die Funktion $\tan x$ ist

(a) für alle reellen x stetig.

(b) für alle reellen x stetig, für die $\tan x$ definiert ist.

(c) in $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ nicht stetig, wobei k eine ganze Zahl ist.

3. Die Funktion $\ln(|\cos x|)$ ist für

(a) $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ definiert.

(b) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ definiert.

(c) alle reellen x ausser $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, wobei k eine ganze Zahl ist, definiert.

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: Montag, 1.12.2014, in der Übungsstunde.

Vorlesungshomepage: `http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2014/other/mathematik1_CHAB`