

Serie 11

1. Betrachte die Abbildung $f : (0, 1) \rightarrow (0, \infty)$ gegeben durch $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$.
 - a) Zeichne den Graphen von f .
 - b) Für welche x gilt $f(x) = 2$?
 - c) Ist f injektiv oder surjektiv? Ist f monoton steigend oder fallend?
 - d) Bestimme das Bild von f .
 - e) Berechne die Umkehrfunktion $g : \text{Bild}(f) \rightarrow (0, 1)$.

2. Rechne nach:

$$\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{2k+1}$$

und schreibe die Reihe bis zur Ordnung 9 explizit hin.

3. Berechne $\ln(2)$ näherungsweise mit Hilfe der Reihe in 2.

Bemerkung: Die Reihe aus 2 zusammen mit dem Resultat von 1 erlaubt die Berechnung von $\ln(c)$ für jeden Wert $c > 1$.

4. Multiple Choice.

1. Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = x^n$ injektiv?

- (a) Für alle n .
- (b) Für n gerade.
- (c) Für n ungerade.

2. Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = x^n$ surjektiv?

- (a) Für alle n .
- (b) Für n gerade.
- (c) Für n ungerade.

3. Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = x^n$ bijektiv?

- (a) Für alle n .
- (b) Für n gerade.
- (c) Für n ungerade.

Siehe nächstes Blatt!

4. Was ist das grösste Intervall, welches 1 enthält und auf welchem $\sin x$ bijektiv auf das Bild ist?

(a) $[-\pi, \pi]$

(b) $[0, \pi]$

(c) $[0, \frac{\pi}{2}]$

(d) $[-\frac{\pi}{2}, 1]$

(e) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: Montag, 8.12.2014, in der Übungsstunde.

Vorlesungshomepage: http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2014/other/mathematik1_CHAB