

## Serie 11

1. Betrachte die Abbildung  $f : (0, 1) \rightarrow (0, \infty)$  gegeben durch  $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ .
  - a) Zeichne den Graphen von  $f$ .
  - b) Für welche  $x$  gilt  $f(x) = 2$ ?
  - c) Ist  $f$  injektiv oder surjektiv? Ist  $f$  monoton steigend oder fallend?
  - d) Bestimme das Bild von  $f$ .
  - e) Berechne die Umkehrfunktion  $g : \text{Bild}(f) \rightarrow (0, 1)$ .

2. Rechne nach:

$$\ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right) = 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{2k+1}$$

und schreibe die Reihe bis zur Ordnung 9 explizit hin.

3. Berechne  $\ln(2)$  näherungsweise mit Hilfe der Reihe in 2.

*Bemerkung:* Die Reihe aus 2 zusammen mit dem Resultat von 1 erlaubt die Berechnung von  $\ln(c)$  für jeden Wert  $c > 1$ .

4. Multiple Choice.

1. Für welche  $n \in \mathbb{N}$  ist die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch  $f(x) = x^n$  injektiv?

- (a) Für alle  $n$ .
- (b) Für  $n$  gerade.
- (c) Für  $n$  ungerade.

2. Für welche  $n \in \mathbb{N}$  ist die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch  $f(x) = x^n$  surjektiv?

- (a) Für alle  $n$ .
- (b) Für  $n$  gerade.
- (c) Für  $n$  ungerade.

3. Für welche  $n \in \mathbb{N}$  ist die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch  $f(x) = x^n$  bijektiv?

- (a) Für alle  $n$ .
- (b) Für  $n$  gerade.
- (c) Für  $n$  ungerade.

**Siehe nächstes Blatt!**

4. Was ist das grösste Intervall, welches 1 enthält und auf welchem  $\sin x$  bijektiv auf das Bild ist?

(a)  $[-\pi, \pi]$

(b)  $[0, \pi]$

(c)  $[0, \frac{\pi}{2}]$

(d)  $[-\frac{\pi}{2}, 1]$

(e)  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

**Abgabe der schriftlichen Aufgaben:** Montag, 8.12.2014, in der Übungsstunde.

**Vorlesungshomepage:** [http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2014/other/mathematik1\\_CHAB](http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2014/other/mathematik1_CHAB)