Serie 13

1. Berechne die Ableitung der Funktion, wenn diese existiert.

a) $\frac{x^2+x+1}{x-1}$

b) $\ln(|x|)$

c) $\frac{1}{1+e^{\frac{1}{x^2+1}}}$

d) $\frac{|x|^3-5|x|}{x^2+|x|}$

e) $\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

f) $\frac{\ln(1+x)}{\ln(1-x)}$

g) $x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$

h) $\tan\left(e^x\right)$

i) $\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

j) $(\ln(x))^x$

k) x^{x^x}

l) $\sin(1+\cos(x^2+1))$

m) $\frac{x}{\sqrt{x^4+1}}$

n) $\frac{(x^6+1)^{\frac{3}{4}}}{x^5+x^{\frac{4}{3}}+1}$

o) $\frac{1}{x+\frac{1}{x+\frac{1}{x+\frac{1}{x}}}}$

p) $\frac{1}{x+\frac{1}{x+\frac{1}{x+\frac{1}{x+\dots}}}}$
(unendlich fortgesetzt), $x>0$

2. Bestimme die globalen Maxima und Minima der Funktion.

a) $f:[-1,4]\to\mathbb{R},\ f(x)=3x^4-16x^3+18x^2$

b) $f:[-2,2]\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}-2-x & x\leq -1\\ -x^2 & x\geq -1\end{cases}$

c) $f:[-2,0.5]\to\mathbb{R},\ f(x)$ wie in **b**.

Bitte wenden!

3. Das Ziel dieser Aufgabe ist zu zeigen, dass die Funktion

$$h(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \quad , \; x > 0$$

streng monoton wächst. Zeige

a) $f(x) = \ln(1 + x) - \frac{x}{1+x}$ erfüllt $f(0) = 0$ und $f'(x) > 0$ für $x > 0$.

b) Es gilt $f(x) > 0$.

c) Es gilt $g'(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ für $g(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$, also ist g streng monoton wachsend.

d) $h(x) = e^{g(x)}$ ist streng monoton wachsend.

Vorlesungshomepage: `http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2014/other/mathematik1_CHAB`