

MC-Serie 11: Eigenwerte

Einsendeschluss: 12. Dezember 2014

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

1. Welcher der folgenden Vektoren ist ein Eigenvektor von $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$?

- (a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- (b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
- (c) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.
- (d) $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

2. Welche der folgenden Aussagen ist **korrekt**?

- (a) Jede reelle 2×2 -Matrix hat zwei voneinander verschiedene Eigenwerte.
- (b) Jede reelle 2×2 -Matrix hat zwei linear unabhängige Eigenvektoren.
- (c) Besitzt eine reelle 2×2 -Matrix nur einen Eigenwert, so sind alle ihre Eigenvektoren kollinear (d.h. linear abhängig).
- (d) Besitzt eine reelle 2×2 -Matrix nur einen Eigenwert, so ist dieser Eigenwert reell.

3. Welche der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

hat 0 als Eigenwert?

- (a) A .
- (b) B .
- (c) C .
- (d) Keine. 0 kann *per definitionem* kein Eigenwert sein.

4. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

- (a) Die Eigenwerte einer invertierbaren Diagonalmatrix sind alle $\neq 0$.
- (b) Jeder Eigenvektor einer invertierbaren Matrix ist auch ein Eigenvektor der Inversen Matrix.
- (c) Jede Matrix mit negativer Determinante hat mindestens einen negativen Eigenwert.
- (d) Jede quadratische Matrix mit reellen Koeffizienten hat reelle Eigenwerte.

5. Welche Aussage über eine *reelle* quadratische Matrix ist **falsch**?

- (a) Die komplexen Eigenwerte treten immer als Paare komplex konjugierter Zahlen auf.
- (b) Die Eigenwerte einer Dreiecksmatrix sind stets reell.
- (c) Eine 4×4 Matrix besitzt mindestens einen reellen Eigenwert.
- (d) Eine 5×5 Matrix besitzt mindestens einen reellen Eigenwert.

6. Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ist

- (a) diagonalisierbar und invertierbar.
- (b) diagonalisierbar aber nicht invertierbar.
- (c) nicht diagonalisierbar aber invertierbar.
- (d) nicht diagonalisierbar und nicht invertierbar.

7. Welche der folgenden Aussagen ist **korrekt**?

- (a) Jede invertierbare Matrix ist diagonalisierbar.
- (b) Jede diagonalisierbare Matrix ist invertierbar.
- (c) Die Eigenwerte einer invertierbaren Matrix sind alle nicht Null.
- (d) Die Eigenwerte einer diagonalisierbaren Matrix sind alle nicht Null.

8. Sei $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -5 & -5 \end{pmatrix}$. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

- (a) A hat Eigenwerte $3 \pm 4i$.
- (b) A hat Eigenwerte $-3 \pm 4i$.
- (c) A hat Eigenwerte $4 \pm 3i$.
- (d) A hat Eigenwerte $-4 \pm 3i$.

9. Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

- (a) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist eine Basis des Eigenraumes \mathcal{E}_2 .
- (b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ist eine Basis des Eigenraumes \mathcal{E}_2 .
- (c) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist eine Eigenbasis für A .
- (d) $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ist keine Eigenbasis für A .

10. Für welche Matrix ist die Summe der Eigenwerte gleich 16?

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}.$

(c) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$

(d) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 8 & 10 \end{pmatrix}.$