Dr. Ana Cannas

MC-Serie 2

Einsendeschluss: 10. Oktober 2014

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

1. Was ist die Steigung der Tangente in $x = \frac{\pi^2}{4}$ an den Graphen von

$$f(x) = \cos\sqrt{x}?$$

(a) $-1.$

(b) $-\pi.$

(c) $-\frac{1}{\pi}.$

(d) $-\frac{\pi^2}{2}.$

2. Wie lautet die Ableitung von

$$f(x) = 2^{x^2+1}?$$

(a) $2x \cdot 2^{x^2}.$

(b) $(x^2 + 1) \cdot 2^{x^2}.$

(c) $(\ln 2)2^{x^2+1}.$

(d) $4x(\ln 2)2^{x^2}.$

3. Was ist die Linearisierung der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

bei $x = 2$?

(a) $L(x) = 1 + \frac{1}{4}x.$

(b) $L(x) = 1 - \frac{1}{4}x.$

(c) $L(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x.$

(d) $L(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x.$

4. Die Gleichung

$$y^2 = x^2 - \sin(xy) + 1$$

definiert y als differenzierbare Funktion von x in einer Umgebung von $(x, y) = (0, 1)$. Was ist die Ableitung $\frac{dy}{dx}$ dieser Funktion?

(a) $\dfrac{2y + x\cos(xy)}{2x - y\cos(xy)}.$

(b) $\dfrac{2y + x\cos(xy)}{-2x + y\cos(xy)}.$

(c) $\dfrac{2x - y\cos(xy)}{2y + x\cos(xy)}.$

(d) $\dfrac{-2x + y\cos(xy)}{2y + x\cos(xy)}.$

5. Die Funktion $x \mapsto f(x) = \dfrac{x}{e^x - 1} + \dfrac{x}{2}$ ist

(a) gerade und $\lim_{x \to 0} f(x) = 1.$

(b) ungerade und $\lim_{x \to 0} f(x) = 1.$

(c) gerade und $\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty.$

(d) ungerade und $\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty.$

6. Welche der folgenden Identitäten ist **falsch**?

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(\pi x)}{\pi x - 1} = 0.$

(b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x^2+1)}{\sin(x^2)+1} = 0.$

(c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{\cos x - 1} = 0.$

(d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{e^x - 1} = 0.$

7. Durch zweifache Anwendung der Regel von de l'Hôpital folgt

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3+x-2}{x^2-3x+2} = \lim_{x\to 1} \frac{3x^2+1}{2x-3} = \lim_{x\to 1} \frac{6x}{2} = 3.$$

Was stimmt an dieser Überlegung nicht? Die Regel von de l'Hôpital ist ...

(a) nicht anwendbar, weil das Zählerpolynom jeweils einen höheren Grad als das Nennerpolynom hat.

(b) nicht anwendbar, weil die beiden ersten Brüche keine auf ganz $\mathbb{R}$ definierte Funktion beschreiben.

(c) auf den ersten Bruch nicht anwendbar, weil Zähler und Nenner für $x \to 1$ nicht beide gegen 0 oder ∞ streben.

(d) auf den zweiten Bruch nicht anwendbar, weil Zähler und Nenner für $x \to 1$ nicht beide gegen 0 oder ∞ streben.

8. Das Taylorpolynom zweiter Ordnung um 0 der Hyperbelfunktion $\cosh x$ ist

(a) $1 + \frac{1}{2}x^2$.

(b) $1 + x^2$.

(c) $1 + 2x^2$.

(d) $2 + x^2$.

9. Das Maclaurinsche Polynom dritter Ordnung der Funktion $f(x) = e^{\sin x}$ ist

(a) $1 + x + \frac{x^2}{2}$.

(b) $1 + x + \frac{x^2}{2} + x^3$.

(c) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$.

(d) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$.

10. Wenn man zwei Funktionen addiert, dann werden ihre Taylorreihen an einem Punkt x_0

(a) addiert.

(b) addiert, aber man erhält die Taylorreihe an der Stelle $2x_0$.

(c) multipliziert.

(d) es kann keine allgemein gültige Aussage getroffen werden.