

MC-Serie 3

Einsendeschluss: 17. Oktober 2014

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

1. Das Maximum der Funktion

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

im Intervall $[1, 5]$ ist

- (a) 0.
- (b) 1.
- (c) $\frac{1}{e}$.
- (d) $\frac{\ln 5}{5}$.

2. Das Minimum der Funktion

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

im Intervall $[1, 5]$ ist

- (a) 0.
- (b) 1.
- (c) $\frac{1}{e}$.
- (d) $\frac{\ln 5}{5}$.

3. Welche der folgenden Aussagen über die Funktion

$$f(x) = x^3 - x^2$$

im Intervall $[0, 1]$ ist richtig?

- (a) f nimmt in $[0, 1]$ ihr globales Minimum im Punkt $x = \frac{1}{3}$ an.
- (b) f nimmt in $[0, 1]$ ihr globales Maximum im Punkt $x = \frac{1}{3}$ an.
- (c) f nimmt in $[0, 1]$ ihr globales Minimum im Punkt $x = \frac{2}{3}$ an.
- (d) f nimmt in $[0, 1]$ ihr globales Maximum im Punkt $x = \frac{2}{3}$ an.

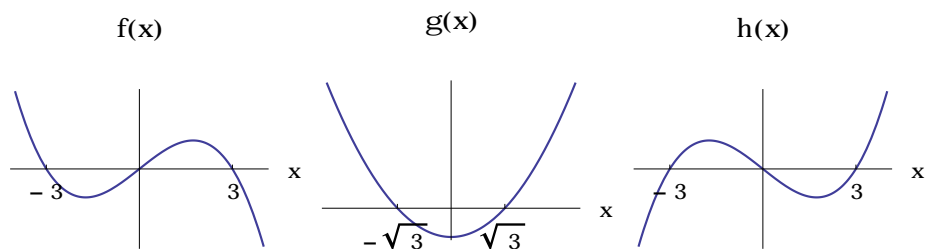
4. Es sei $f : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}$ eine dreimal differenzierbare Funktion und $x \in \mathbb{D}$.

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- (a) Gilt $f'(x) = 0$, so nimmt f in x ein Extremum an.
- (b) Gilt $f'(x) = 0$, $f''(x) > 0$, so nimmt f in x ein Maximum an.
- (c) Nimmt f in x ein Extremum an, so gelten $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$.
- (d) Gilt $f'(x) = f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$, so hat f in x einen Wendepunkt.

5. Die folgenden Bilder zeigen die Graphen dreier reellen Funktionen einer reellen Variable, $f(x)$, $g(x)$ und $h(x)$, von denen eine die Ableitung einer der anderen ist.

Welche Aussage ist richtig?



- (a) $f' = g$.
- (b) $g' = f$.
- (c) $f' = h$.
- (d) $h' = g$.

6. Sei x_n eine Approximation von einer Nullstelle des Polynoms

$$p(x) = x^2 - \alpha$$

wobei $\alpha > 0$. Was ist unter Anwendung des Newtonverfahrens die nächste Approximation x_{n+1} ?

(a) $x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(3x_n + \frac{\alpha}{x_n} \right)$.

(b) $x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n - \frac{\alpha}{x_n} \right)$.

(c) $x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{\alpha}{x_n} \right)$.

(d) $x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(3x_n - \frac{\alpha}{x_n} \right)$.

7. Welche ist eine korrekte Stammfunktion von

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+2x}?$$

(a) $\arctan(x) + \frac{1}{2} \ln |1+2x|$.

(b) $\arctan(x) - \frac{2}{(1+2x)^2}$.

(c) $\operatorname{arsinh}(x) + \frac{1}{2} \ln |1+2x|$.

(d) $\operatorname{arsinh}(x) - \frac{2}{(1+2x)^2}$.

8. Seien F, G Stammfunktionen von $f, g : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Welche der Aussagen ist **falsch**?

(a) $F + G$ ist eine Stammfunktion von $f + g$.

(b) FG ist eine Stammfunktion von fg .

(c) Sei $c \in \mathbb{R}$. Dann ist $F + c$ eine Stammfunktion von f .

(d) FG ist eine Stammfunktion von $fG + Fg$.

9. Welche der folgenden Formeln ist **keine** Rechenregel, die für alle $x, y, z > 1$ gültig ist?

(a) $(x^y)^z = x^{(y^z)}$.

(b) $\frac{x^y}{x^{y-z}} = x^z$.

(c) $\log_x x^{yz} = yz$.

(d) $\log_x y^z = z \log_x y$.

10. Die Gleichung

$$x \ln x = 1$$

besitzt im Intervall $[1, 3]$

(a) keine Lösung.

(b) genau eine Lösung.

(c) genau zwei Lösungen.

(d) drei oder mehr Lösungen.

Hinweis: Zwischenwertsatz.