

MC-Serie 6 Komplexe Zahlen

Einsendeschluss: 7. November 2014

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

1. Sei $z \in \mathbb{C}$. Stets reell ist

- (a) $z - \bar{z}$.
- (b) $\frac{z}{\bar{z}}$.
- (c) z^2 .
- (d) $e^z e^{\bar{z}}$.

2. Sei $z \in \mathbb{C}$. Welche Aussage ist im Allgemeinen **falsch**?

- (a) $\operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(iz)$.
- (b) $\operatorname{Im}(z) = \operatorname{Re}(iz)$.
- (c) $\operatorname{Re}(\bar{z}) = \operatorname{Im}(iz)$.
- (d) $\operatorname{Im}(\bar{z}) = \operatorname{Re}(iz)$.

3. Die Punktmenge

$$\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 9| = 4\}$$

ist ein Kreis

- (a) um $z_0 = 4$ mit Radius 9.
- (b) um $z_0 = 4$ mit Radius 3.
- (c) um $z_0 = 9$ mit Radius 4.
- (d) um $z_0 = 9$ mit Radius 2.

4. Die Punktmenge $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = \operatorname{Re}(z) + 1\}$ ist

- (a) eine Ellipse.
- (b) eine Parabel.
- (c) eine Hyperbel.
- (d) keine der obigen Kurven.

5. Der Wert von $e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot e^{i\frac{\pi}{6}}$ ist gleich

- (a) 1
- (b) $-i$
- (c) $\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{i}{2}$
- (d) keine der obigen

6. Gegeben seien die komplexen Zahlen $z = \sqrt{3}-i$ und $w = \frac{1}{2}(\cos \frac{2\pi}{3} - i \sin \frac{2\pi}{3})$. Welche Aussage über $\frac{z}{w}$ ist korrekt?

- (a) $\left|\frac{z}{w}\right| = 4$ und $\arg\left(\frac{z}{w}\right) = \frac{7\pi}{6}$.
- (b) $\left|\frac{z}{w}\right| = 4$ und $\arg\left(\frac{z}{w}\right) = \frac{\pi}{2}$.
- (c) $\left|\frac{z}{w}\right| = 1$ und $\arg\left(\frac{z}{w}\right) = \frac{7\pi}{6}$.
- (d) $\left|\frac{z}{w}\right| = 1$ und $\arg\left(\frac{z}{w}\right) = \frac{\pi}{2}$.

7. Die Nullstellen des Polynoms

$$p(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda + 3$$

sind

- (a) $\sqrt{2} + i, \sqrt{2} - i$.
- (b) $1 + \sqrt{2}i, 1 - \sqrt{2}i$.
- (c) $(\sqrt{2} + 1)i, (\sqrt{2} - 1)i$.
- (d) keine der obigen.

8. Die Nullstellen des Polynoms $p(\lambda) = \lambda^3 + 8$ sind

- (a) $-2, 2i, -2i$.
- (b) $-2, \sqrt{2} + \sqrt{2}i, \sqrt{2} - \sqrt{2}i$.
- (c) $2e^{i\frac{\pi}{3}}, 2e^{i\frac{2\pi}{3}}, -2$.
- (d) $2e^{i\frac{\pi}{3}}, 2e^{i\pi}, 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

9. Gegeben sei das Polynom $p(\lambda) = \lambda^4 + 3\lambda^2 + 2$. Bemerken Sie, dass $p(\lambda)$ nur von λ^2 abhängt.

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- (a) Das Polynom hat keine Nullstellen (weder reelle noch komplexe).
- (b) p hat mindestens eine reelle Nullstelle.
- (c) p hat 2 Paare komplex konjugierte Nullstellen.
- (d) Die Nullstellen können nicht bestimmt werden.

10. Es seien $z, w \in \mathbb{C}$ komplexe Zahlen mit $z^4 = 1$ und $w^3 + i = 0$.

Welche der folgenden Zahlen sind mögliche Werte der Summe $z + w$?

- (a) i .
- (b) $\frac{i}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- (c) 1 .
- (d) $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.