MC-Serie 7

Lineare DGL 2. Ordnung und Aufholen der Serien 1-4

Einsendeschluss: 14. November 2014

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

1. Welche der folgenden Aussagen über die Differentialgleichung

$$y'' + 2y' + y = 0$$

(wobei $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$) ist korrekt?

(a) Die allgemeine Lösung ist $y(x) = C_1 e^{-x} + C_2$.

(b) Die allgemeine Lösung ist $y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-x}$.

(c) Die allgemeine Lösung ist $y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 x$.

(d) Die allgemeine Lösung ist $y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}$.

2. Wie lautet die charakteristische Gleichung der DGL

$$y'' - 3y' + 2y = 0?$$

(a) $r^2 - 3r = 0$.

(b) $r^2 - 3r + 2 = 0$.

(c) $1 - 3r + 2r^2 = 0$.

(d) $r - r^3 + r^2 = 0$.

3. Gegeben seien die Lösungen

$$y_1(x) = e^x \quad \text{und} \quad y_2(x) = e^{-x}$$

einer linearen homogenen DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Welche der folgenden Funktionen ist **keine** Lösung dieser DGL?

(a) 0.

(b) xe^x.

(c) $\cosh x$.

(d) $4e^x - 3e^{-x}$.

4. Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'' - 3y' + 2y = 4e^x \ .$$

Welcher der folgenden Lösungsansätze für eine partikuläre Lösung dieser Differentialgleichung ist geeignet?

(a) $y_{\text{spez}}(x) = ke^x$ wobei $k \in \mathbb{R}$.

(b) $y_{\text{spez}}(x) = kxe^x$ wobei $k \in \mathbb{R}$.

(c) $y_{\text{spez}}(x) = ke^{4x}$ wobei $k \in \mathbb{R}$.

(d) $y_{\text{spez}}(x) = kxe^{4x}$ wobei $k \in \mathbb{R}$.

5. Die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung

$$y'' + 16y = e^{3x}$$

ist von der Form

(a) $y(x) = C_1 \cos(4x) + C_2 \sin(4x) + \frac{1}{25}e^{3x}$ wobei $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

(b) $y(x) = C_1 \cos(4x) + C_2 \sin(4x) + \frac{1}{5}e^{3x}$ wobei $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

(c) $y(x) = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x} + \frac{1}{25}e^{3x}$ wobei $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

(d) $y(x) = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x} + \frac{1}{5}e^{3x}$ wobei $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

6. Die Funktion $x \mapsto f(x) = \dfrac{x}{e^x - 1} + \dfrac{x}{2}$ ist

(a) gerade und $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1$.

(b) ungerade und $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1$.

(c) gerade und $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$.

(d) ungerade und $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$.

7. Es sei $f : \mathbb{D} \to \mathbb{R}$ eine dreimal differenzierbare Funktion und $x \in \mathbb{D}$.

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) Gilt $f'(x) = 0$, so nimmt f in x ein Extremum an.

(b) Gilt $f'(x) = 0$, $f''(x) > 0$, so nimmt f in x ein Maximum an.

(c) Nimmt f in x ein Extremum an, so gelten $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$.

(d) Gilt $f'(x) = f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$, so hat f in x einen Wendepunkt.

8. Sei x_n eine Approximation von einer Nullstelle des Polynoms

$$p(x) = x^2 - \alpha$$

wobei $\alpha > 0$. Was ist unter Anwendung des Newtonverfahrens die nächste Approximation x_{n+1}?

(a) $x_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(3x_n + \dfrac{\alpha}{x_n}\right)$.

(b) $x_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(x_n - \dfrac{\alpha}{x_n}\right)$.

(c) $x_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(x_n + \dfrac{\alpha}{x_n}\right)$.

(d) $x_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(3x_n - \dfrac{\alpha}{x_n}\right)$.

9. Lösen Sie das unbestimmte Integral $\int \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x$.

(a) $\frac{x^2}{x+1}+C$.

(b) $x-\frac{1}{x+1}+C$.

(c) $\frac{2}{(x+1)^3}+C$.

(d) $\frac{x^2+x+2}{x+1}+C$.

10. Welche der folgenden Rechnungen ist **keine** korrekte Anwendung der partiellen Integration?

(a) $\int \ln x\,\mathrm{d}x = x\cdot\ln x - \int 1\,\mathrm{d}x$.

(b) $\int \sin\varphi\cdot\cos\varphi\,\mathrm{d}\varphi = -\cos\varphi\cdot\cos\varphi + \int \cos\varphi\cdot\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi$.

(c) $\int 2x^3e^{x^2}\,\mathrm{d}x = x^2e^{x^2} - \int 2xe^{x^2}\,\mathrm{d}x$.

(d) $\int x\sqrt{x+1}\,\mathrm{d}x = x\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} - \int \frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{d}x$.