Dr. Ana Cannas

# MC-Serie 8

## Einführung in die Lineare Algebra

**Einsendeschluss: 21. November 2014**

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

**1.** Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ hat

(a) keine Lösung.

(b) eine eindeutige Lösung.

(c) eine Lösungsmenge mit einem freien Parameter.

(d) eine Lösungsmenge mit zwei freien Parametern.

**2.** Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -4 & -3 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ hat

(a) keine Lösung.

(b) eine eindeutige Lösung.

(c) eine Lösungsmenge mit einem freien Parameter.

(d) eine Lösungsmenge mit zwei freien Parametern.

**3.** Ist der Vektor $\vec{b}$ eine der Spalten der Matrix $A$, so ist $A\vec{x} = \vec{b}$

(a) auf jeden Fall unlösbar.

(b) auf jeden Fall eindeutig lösbar.

(c) immer lösbar, aber manchmal nicht eindeutig lösbar, hängt von $A$ und $\vec{b}$ ab.

(d) manchmal lösbar, manchmal unlösbar, hängt von $A$ und $\vec{b}$ ab.

**4.** Der Winkel zwischen $u = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $v = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ ist

(a) $\frac{\pi}{6}$.

(b) $\frac{\pi}{3}$.

(c) $\frac{2\pi}{3}$.

(d) $\frac{5\pi}{6}$.

**5.** Es sei $0_n$ die $n \times n$-Nullmatrix, $E_n$ die $n \times n$-Einheitsmatrix, $n \geq 2$. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) $0_n$ ist die einzige $n \times n$-Matrix $A$ mit der Eigenschaft $A + A = 0_n$.

(b) $0_n$ ist die einzige $n \times n$-Matrix $A$ mit der Eigenschaft $AA = 0_n$.

(c) $E_n$ ist die einzige $n \times n$-Matrix $A$ mit der Eigenschaft $AA = E_n$.

(d) $E_n$ und $0_n$ sind die einzigen $n \times n$-Matrizen $A$ mit der Eigenschaft $AA = A$.

**6.** Die Determinante der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ist

(a) 2.

(b) 3.

(c) 4.

(d) 6.

**7.** Sei $A$ eine quadratische Matrix mit $\det A = 0$. Dann ist $A\vec{x} = \vec{b}$

(a) stets unlösbar.

(b) nur lösbar für $\vec{b} = 0$.

(c) lösbar für alle $\vec{b}$, aber nicht unbedingt eindeutig lösbar.

(d) lösbar nur für manche $\vec{b}$, aber für kein $\vec{b}$ eindeutig lösbar.

**8.** Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad B = -A.$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

(a) $\det A = 4$.

(b) $\det B = -4$.

(c) $\det(AB) = 4$.

(d) $\det(BA) = -4$.

**9.** Welche der folgenden Aussagen ist im Allgemeinen für reelle $n \times n$-Matrizen $A$ und $B$ sowie alle Zahlen $\lambda \in \mathbb{R}$ **falsch**?

(a) $\det(\lambda A) = \lambda^n \det A$.

(b) $\det(A + B) = \det A + \det B$.

(c) $\det(A^T) = \det A$.

(d) $\det(AB) = \det B \det A$.

**10.** Für welche der folgenden $3 \times 3$-Matrizen $A$ gilt

$$AB = BA = B$$

für alle $3 \times 3$-Matrizen $B$?

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(d) Für keine Matrix, da die Matrixmultiplikation nicht kommutativ ist.