D-ERDW, D-HEST, D-USYS   Mathematik I   HS 14
Dr. Ana Cannas

MC-Serie 9:
Matrixinvertierung und Untervektorräume

Einsendeschluss: 28. November 2014

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

1. Welche ist die Inverse der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}?$$

(a) $A^{-1} = \dfrac{1}{\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta} \begin{pmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}.$

(b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}.$

(c) $A^{-1} = \dfrac{1}{\sin^2\vartheta - \cos^2\vartheta} \begin{pmatrix} \sin\vartheta & -\cos\vartheta \\ \cos\vartheta & \sin\vartheta \end{pmatrix}.$

(d) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \sin\vartheta & -\cos\vartheta \\ \cos\vartheta & \sin\vartheta \end{pmatrix}.$

2. Sei A^{-1} die zu $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$ inverse Matrix. Die Summe der Spalten von A^{-1} ist

(a) $\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(b) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -7 \end{pmatrix}$.

(c) $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(d) $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$.

3. Welche Menge ist ein Unterraum von $\mathbb{R}^3$?

(a) $\{(x, y, z)|\ x + y + z = 1\}$.

(b) $\{(x, y, z)|\ x^2 = y^2\}$.

(c) $\{(x, y, z)|\ x = y = z\}$.

(d) $\{(x, y, z)|\ x = y \text{ oder } x = z\}$.

4. Welcher Vektor ist eine Linearkombination von

$$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}?$$

(a) $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$.

(b) $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$.

(c) $\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$.

(d) $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

5. Welche der folgenden Aussagen bedeutet die lineare Unabhängigkeit der Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ eines Unterraumes V?

(a) Wenn $c_1 = c_2 = \cdots = c_n = 0$, dann $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \cdots + c_n\vec{v}_n = \vec{0}$.

(b) Es gibt $c_1, c_2, \cdots, c_n$ nicht alle Null mit $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \cdots + c_n\vec{v}_n = \vec{0}$.

(c) $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \cdots + c_n\vec{v}_n = \vec{0}$ für alle $c_1, c_2, \cdots, c_n \in \mathbb{R}$.

(d) $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \cdots + c_n\vec{v}_n = \vec{0}$, nur wenn $c_1 = c_2 = \cdots = c_n = 0$.

6. Welche ist eine Liste von linear unabhängigen Vektoren?

(a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}.$

(b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}.$

(c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$

(d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$

7. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

(a) Vier Vektoren in $\mathbb{R}^3$ sind nie linear unabhängig.

(b) Drei Vektoren in $\mathbb{R}^4$ können linear unabhängig sein oder nicht.

(c) Vier Vektoren in $\mathbb{R}^3$ sind immer ein Erzeugendensystem für $\mathbb{R}^3$.

(d) Drei Vektoren in $\mathbb{R}^4$ sind nie ein Erzeugendensystem für $\mathbb{R}^4$.

8. Gegeben sei das folgende Gleichungssystem

$$\begin{cases} x_1 & + & 2x_2 & - & 5x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ -x_1 & + & 4x_2 & - & 7x_3 & - & x_4 & = & 0. \end{cases}$$

Die Lösungsmenge hat Dimension gleich

(a) 0.

(b) 1.

(c) 2.

(d) 3.

9. Der Nullraum der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

hat Dimension gleich

(a) 0.

(b) 1.

(c) 2.

(d) 3.

10. Der Spaltenraum der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

hat Dimension gleich

(a) 0.

(b) 1.

(c) 2.

(d) 3.