

Stochastik Serie 11

1. Eine Klimaanlage schafft es, die Raumtemperatur bis auf eine Standardabweichung von einem halben Grad Celsius konstant zu halten. Die angestrebte Raumtemperatur beträgt 20.00 Grad Celsius. An zehn aufeinanderfolgenden Tagen wurden die folgenden Temperaturen gemessen:

20.71 19.76 20.56 21.39 21.00 19.67 20.92 20.31 20.39 20.72.

Führe einen Vorzeichentest zum 5%-Niveau durch, um zu beurteilen, ob die Klimaanlage richtig geeicht ist. Wie lautet der zugehörige P-Wert? Wie lautet der Testentscheid?

2. Beim Abfüllen von Flüssigkeiten in 1-Liter-Behälter ist der Sollwert 'Inhalt 1 Liter' vorgegeben. Der Sollwert darf von Gesetzes wegen nicht systematisch unterschritten werden und aus wirtschaftlichen Gründen wird man ihn nicht überschreiten wollen. Der Entscheid, ob der Sollwert eingehalten wird oder nicht, wird anhand von 14 Messungen X_1, \dots, X_{14} gefällt. Die Messwerte in *ml* lauten wie folgt:

996, 992, 997, 999, 1005, 1003, 1001, 992, 998, 994, 997, 998, 999, 996

Führe einen Wilcoxon-Test zum Niveau 5% durch, um zu beurteilen, ob der Sollwert eingehalten wird.

Tabelle der 5%-Verwerfungsbereiche beim Wilcoxon-Test:

N	$H_A: m \neq 0$	$H_A: m < 0$	$H_A: m > 0$
4	—	—	—
5	—	{0}	{15}
6	{0} \cup {21}	[0, 2]	[19, 21]
7	[0, 2] \cup [26, 28]	[0, 3]	[25, 28]
8	[0, 3] \cup [33, 36]	[0, 5]	[31, 36]
9	[0, 5] \cup [40, 45]	[0, 8]	[37, 45]
10	[0, 8] \cup [47, 55]	[0, 10]	[45, 55]
11	[0, 10] \cup [56, 66]	[0, 13]	[53, 66]
12	[0, 13] \cup [65, 78]	[0, 17]	[61, 78]
13	[0, 17] \cup [74, 91]	[0, 21]	[70, 91]
14	[0, 21] \cup [84, 105]	[0, 25]	[80, 105]
15	[0, 25] \cup [95, 120]	[0, 30]	[90, 120]

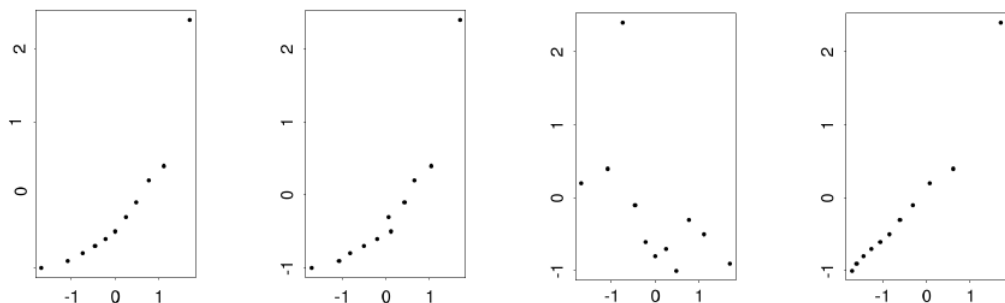
3. Landwirt Daniel hat 1000 Braunviehkühe, von denen er zufällig 11 auswählt. Von diesen 11 kühlen misst er den Milchertrag morgens und abends im Abstand von 12 Stunden. Seine Melkmaschine misst für jede Kuh einzeln automatisch den Milchertrag in kg. Am 1. April 2000 ergaben sich die folgenden Werte:

Bitte wenden!

Kuh	Anja	Helga	Gemsli	Rita	Orchidee	Olgi
morgens (M)	11.6	6.8	10.8	9.6	13.0	9.2
abends (A)	11.4	6.4	8.4	9.7	13.6	10.0
Differenz $M - A$	0.2	0.4	2.4	-0.1	-0.6	-0.8
Kuh	Belinda	Fiona	Nadia	Julia	Lama	
morgens (M)	7.0	12.2	10.2	8.2	8.0	
abends (A)	7.7	13.2	10.5	8.7	8.9	
Differenz $M - A$	-0.7	-1.0	-0.3	-0.5	-0.9	

Daniel vermutet, dass seine Kühe abends mehr Milch geben als morgens.

- a) Er überlegt sich, ob er mit den Differenzen einen t -Test zur Überprüfung seiner Vermutung durchführen soll. Dazu erzeugt er mit seinem Computer zunächst einen Q-Q-Plot.
- (i) Er erhält dabei eine der folgenden Graphiken. Welche? Begründe deine Antwort kurz.
- (ii) Ist ein t -Test angebracht? Begründung?

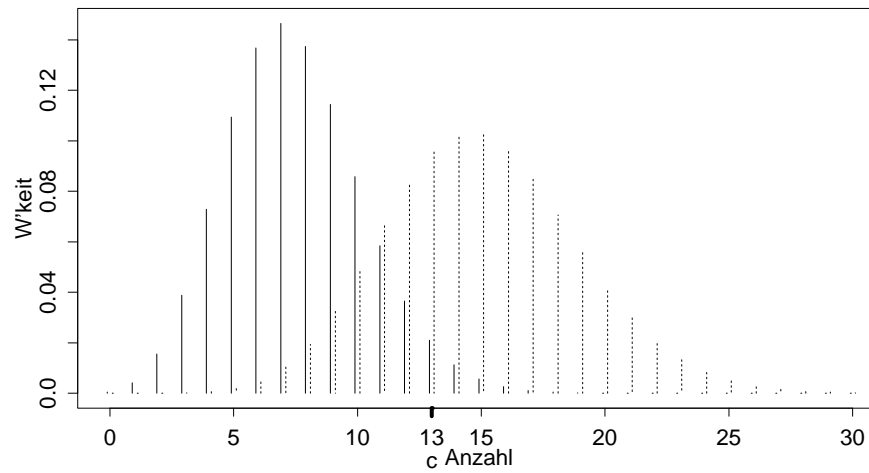


- b) Teste Daniels Vermutung mit einem Wilcoxon-Test zum 5%-Niveau. Gib dabei auch die Modellannahmen an sowie die Null- und die Alternativhypothese.
- c) Daniel erinnert sich, dass die Kuh Gemsli, als sie am Abend gemolken wurde, von der Kuh Belinda getreten wurde, was ein möglicher Grund dafür sein könnte, dass das Gemsli am Abend weniger Milch gab.
Hängt der Testentscheid aus b) von Gemslis Daten ab? Begründung?
4. Wir bezeichnen mit X die Anzahl Asbestfasern in einem bestimmten Volumen und wählen eine Poisson-Verteilung $X \sim \text{Pois } \lambda$.

In der untenstehenden Abbildung ist die Verteilung von X für die Nullhypothese $\lambda_0 = 7.5$ respektive für die Alternativhypothese $\lambda = 15$ und die kritische Grenze $c = 13$ angegeben ($\alpha = 0.05$, einseitiger Test und c gehört zum Verwerfungsbereich).

- a) Zeichne in diese Grafik den Verwerfungsbereich, die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art und des Fehlers 2. Art ein.

Siehe nächstes Blatt!



b) Beurteile die folgenden Aussagen mit “richtig” oder “falsch”. Gib eine kurze Begründung an.

1. Die Macht wird kleiner, wenn man das Niveau des Tests vergrößert.
2. Die Alternative mit $\lambda = 20$ hat einen grösseren Fehler 2. Art als die Alternative mit $\lambda = 15$.
3. Falls die kritische Grenze auf $c = 14$ erhöht wird, so wird die Macht kleiner.

Abgabe: Donnerstag 4. Dezember