ETH Zürich HS 2014
RW, D-MATL, D-MAVT
Prof. Marloes Maathuis

Koordinator
Lukas Gonon

Stochastik
Serie 12

1. Die Schmelzwärme von Wasser kann mit zwei Methoden gemessen werden. In einem Versuch ergaben sich die folgenden Messwerte (in cal/g)

Methode 1: 12 Werte, $\overline{x} = 80.02$, $\sum_{i=1}^{12}(x_i - \bar{x})^2 = 0.00691$.

Methode 2: 8 Werte, $\overline{y} = 79.98$, $\sum_{i=1}^{8}(y_i - \bar{y})^2 = 0.00673$.

Handelt es sich um einen gepaarten oder um einen ungepaarten Vergleich? Teste unter Annahme der Normalverteilung auf dem 1%-Niveau ob sich die beiden Messmethoden systematisch unterscheiden.

2. Die Abnutzung zweier Gelenke soll verglichen werden. Dazu wird bei 10 Patienten Gewebe aus beiden Gelenken entnommen und in einer Prüfmaschine untersucht. Der Gewichtsverlust der Gewebeproben beider Typen für die verschiedenen Patienten waren (in Milligramm)

	Patient Nr.									
Gewebetyp	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	72	52	62	76	56	74	44	55	48	65
B	70	56	61	74	84	79	47	63	80	72

Kennzahlen: $\overline{a}_{10} = 60.4$, $\overline{b}_{10} = 68.6$, $s_a = 11.2$, $s_b = 11.7$, $s_{pool} = 11.45$.
Für $d_i = a_i - b_i$ ist $\overline{d}_{10} = -8.2$, $s_d = 12.05$.

Handelt es sich um einen gepaarten oder um einen ungepaarten Vergleich? Entwirf einen Wilcoxon-Test zum Niveau $\alpha = 5\%$, und einen vergleichbaren t-Test (zum selben Niveau) um zu testen ob sich die beiden Gewebe bezüglich Abnutzung unterscheiden. Welche Annahmen müssen wir dazu treffen bzw. welche Voraussetzungen an die Daten sollten dazu erfüllt sein? Zeichne einen QQ-Plot und beurteile, ob diese Voraussetzungen hier erfüllt sind. Führe beide Tests durch und gib mögliche Erklärungen für die Resultate. Welche Schlussfolgerungen können daraus gezogen werden?

3. In einer Studie über die Zuverlässigkeit von Kugellagern wurden von zwei verschiedenen Typen je 10 Stück getestet. Die Anzahl Umdrehungen (in Millionen) waren:

Typ A	3.03	5.53	5.60	9.30	9.92	12.51	12.95	15.21	16.04	16.84
Typ B	3.19	4.26	4.47	4.53	4.67	4.69	12.78	6.79	9.37	12.75

Kennzahlen: $\overline{a}_{10} = 10.69$, $\overline{b}_{10} = 6.75$, $s_a = 4.82$, $s_b = 3.6$.
Für $d_i = a_i - b_i$ ist $\overline{d}_{10} = 3.94$, $s_d = 3.18$.

Vor der Durchführung des Versuchs war nicht klar, welcher Typ wohl zuverlässiger ist.

Bitte wenden!

a) Handelt es sich um einen gepaarten oder um einen ungepaarten Vergleich?

b) Entwirf einen t-Test zum Niveau $\alpha = 5\%$ um zu testen ob sich die beiden Kugellager-Typen qualitätsmäßig ("erwartete Anzahl Umdrehungen bis zum Ausfall") unterscheiden.

4. Es wird befürchtet, dass der Bau einer Strasse soviel Erschütterung herbeiführt, dass die anliegenden Gebäude Schaden nehmen könnten. Deshalb wird vor und nach dem Bau jeweils die Breite von verschiedenen Rissen an den umliegenden Gebäuden gemessen. In der untenstehenden Tabelle sind die (erfundenen) Messergebnisse aufgeführt.

Messung	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
vorher	1.25	2.60	3.10	2.10	3.30	3.75	1.95	2.70	3.20	2.50	3.30	2.75
nachher	1.20	3.35	2.80	2.90	3.70	4.85	2.55	2.50	3.80	2.55	3.70	3.10

Teste mit dem Vorzeichentest auf dem 5%-Niveau.

a) Handelt es sich um einen gepaarten oder um einen ungepaarten Vergleich? Formuliere die Nullhypothese H_0 und die Alternativhypothese H_A.

Hinweis: Überlege, welcher Art die "Veränderungen" der Risse wohl sind und was das Wort "befürchtet" am Anfang der Aufgabenstellung impliziert. Entscheide dann, ob hier ein ein- oder zweiseitiger Test angebracht ist.

Bestimme auch den Verwerfungsbereich.

b) Welches ist der Wert der Teststatistik? Wie entscheidet der Vorzeichen-Test?

Abgabe: Donnerstag 11. Dezember