ETH Zürich HS 2014
RW, D-MATL, D-MAVT
Prof. Marloes Maathuis

Koordinator
Lukas Gonon

Stochastik
Serie 2

1. Seien A und B zwei Ereignisse.

a) Interpretiere das Ereignis in Worten:

$$C = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$$

b) Seien A und B unabhängig. Zeige, dass dann auch A und B^c unabhängig sind.

Tipp: Benutze $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$. [Überlege auch warum dies gilt.]

c) Der Einsturz eines Gebäudes in Tokyo kann durch zwei voneinander unabhängige Ereignisse verursacht werden:

- E_1: ein grosses Erdbeben
- E_2: ein starker Taifun

Die jährlichen Eintrittswahrscheinlichkeiten dieser beiden Ereignisse sind $P(E_1) = 0.04$ und $P(E_2) = 0.08$. Berechne die jährliche Einsturzwahrscheinlichkeit des Gebäudes.

2. a) In einer Klasse sind 10 Jungen und 20 Mädchen. Jeweils die Hälfte der Jungen und Mädchen hat braune Augen. Aus der Gesamtheit der Schüler dieser Klasse wird eine Person zufällig ausgewählt. Wir definieren folgende Ereignisse:

$$\begin{aligned} M &:= \{\text{die gezogene Person ist männlich}\} \\ W &:= \{\text{die gezogene Person ist weiblich}\} \\ B &:= \{\text{die gezogene Person hat braune Augen}\} \end{aligned}$$

Sind die Ereignisse M und W unabhängig? Sind M und B unabhängig? Sind W und B unabhängig? Überprüfe dies anhand der Definition.

Bitte wenden!

b) In einer Alpenregion gibt es 25 sehr hohe Berggipfel. Diese sind das ganze Jahr über mit Schnee bedeckt und es besteht an jedem Tag die gleiche Wahrscheinlichkeit für das Loslösen einer Lawine. Diese beträgt 1/40 pro Tag und Berggipfel. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es in dieser Alpenregion an einem Tag zu mindestens zwei Lawinenabgängen kommt?

Annahmen:

- An einem Berggipfel kann sich an einem Tag nur eine Lawine loslösen.
- Die Lawinenabgänge auf verschiedenen Berggipfeln sind voneinander unabhängig.

3. In einer Fabrik werden Festplatten für Computer hergestellt. Der Ausschuss beträgt 14%, wobei ein Grossteil des Ausschusses von den Produktionseinheiten A und B zu stammen scheint. Diese Vermutung soll nun untersucht werden. Die entsprechende Analyse zeigt, dass 8% der Festplatten von A und 4% der Festplatten von B defekt sind. Die Produktionseinheit A erzeugt 11% der Gesamtproduktion, B erzeugt weitere 23%. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte, nicht funktionstüchtige Festplatte

a) von A produziert wurde,

b) weder von A noch von B produziert wurde?

Tipp: Definiere für eine zufällig gewählte Festplatte die Ereignisse

A = 'Festplatte wurde von A produziert'

B = 'Festplatte wurde von B produziert' und

D = 'Festplatte ist defekt'.

Schreibe die Wahrscheinlichkeiten, die in a) und b) gefragt werden, als bedingte Wahrscheinlichkeiten.

4. Patrick hat ein gutes Gespür dafür, wo es Öl im Boden hat. Er überprüft im Auftrag einer Ingenieurfirma diverse Standorte. Aus Erfahrung weiss man, dass bei den vorliegenden Standorten jeweils mit Wahrscheinlichkeit 1/3 wirklich Öl vorhanden ist. Dieses Ereignis bezeichnen wir mit W ("Wirklich"), d.h. es gilt $P(W) = 1/3$. Das Ereignis, dass Patrick an einem Standort Öl vermutet, bezeichnen wir mit G ("Gespür").

Falls an einem Standort tatsächlich Öl vorliegt, erkennt dies Patrick mit Wahrscheinlichkeit 0.75 (d.h. $P(G \mid W) = 0.75$). Entsprechend sagt Patrick mit Wahrscheinlichkeit 0.9, dass kein Öl vorliegt, falls in Tat und Wahrheit wirklich kein Öl da ist (d.h. $P(G^c \mid W^c) = 0.9$).

Siehe nächstes Blatt!

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(G \mid W^c)$ und $P(G)$.

b) Patrick vermutet, dass an einem Standort Öl vorhanden ist (Ereignis G). Wie gross ist dann die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass tatsächlich Öl vorhanden ist?

c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Patrick die Lage an einem Standort falsch einschätzt? (Das heisst: er vermutet, dass kein Öl vorhanden ist und tatsächlich welches da ist, oder er vermutet, dass Öl vorhanden ist und keines da ist.)

d) Sie schicken Patrick zu Testzwecken an 10 Standorte, bei denen Sie wissen, dass tatsächlich Öl vorhanden ist. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Patrick mindestens einmal angibt, dass kein Öl vorhanden ist? Die Entscheidungen an den verschiedenen Standorten können als unabhängig voneinander angenommen werden.

Abgabe: Montag, 6. bzw. Dienstag, 7. Oktober in den Übungsstunden oder vor den Übungen in den Fächern im HG E 65.
Präsenz: Montag, 18-19 Uhr im HG E 33.1.
Homepage: `www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2014/other/stochastik_MAVT`