Prof. R. Pandharipande
J. Schmitt
C. Schießl

FUNKTIONENTHEORIE

6. November 15
HS 2015

Übungsblatt 7

Abgabe am 17. November 15

Aufgabe 1. Berechne die Laurentreihenentwicklung von

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$$

in den Kreisringen $K_1 = B(0,0,1) = \{|z| < 1\}$, $K_2 = B(0,1,2) = \{1 < |z| < 2\}$ und $K_3 = B(0,2,\infty) = \{2 < |z|\}$.

Aufgabe 2. (i) Sei $f\colon \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ eine nicht-konstante, ganze Funktion. Zeige, dass das Bild von f dicht in $\mathbb{C}$ ist.

(ii) Seien $f, g\colon \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ ganze Funktionen mit $f \circ g = 0$. Zeige, dass entweder g konstant ist oder $f = 0$.

Aufgabe 3. Arbeite die Herleitung des Gaussschen Integrals

$$\int_{\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}$$

in den Vorlesungsfolien durch[1].

⋆ **Aufgabe 4.** Sei $f\colon B_1(0) \longrightarrow B_1(0)$ eine analytische Selbstabbildung der Einheitskreisscheibe mit zwei Fixpunkten (Es gibt also $a, b \in B_1(0)$ mit $a \neq b$ und $f(a) = a$, $f(b) = b$). Zeige, dass $f(z) = z$ für alle $z \in B_1(0)$.

Hinweis: Lemma von Schwarz (Aufgabe 4, Serie 7).

Abgabe dienstags in der Übungsstunde oder bis 15:00 in den Fächern im HG J 68.

[1] Hier ist gemeint: lies den Beweis gründlich und versuche alle Argumentationsschritte im Detail zu verstehen. Falls du an einer Stelle unsicher bist, versuche eine korrekte Begründung oder aber eine präzise Beschreibung des unklaren Punktes zu formulieren. Bei dieser Aufgabe kann es sehr hilfreich sein, mit deinen Kommilitonen zu diskutieren.