

## MC-Serie 4 - Folgen und Reihen

1. Welche der Aussagen sind richtig?

- i) Jede beschränkte Folge ist konvergent.
- ii) **Zwischenprüfung Winter 2014.** Die Summe zweier divergenter Folgen ist divergent.
- iii) Eine divergente Folge ist nicht beschränkt.
- iv) Jede konvergente Folge ist monoton.
- v) Sei  $a_n$  eine konvergente Folge. Dann ist auch  $b_n = (a_n)^2$  konvergent.
- vi) Jede konvergente Folge ist beschränkt.
- vii) Eine nicht beschränkte Folge divergiert.
- viii) weiss ich nicht

2. **Zwischenprüfung Winter 2014.** Betrachten Sie die Folge

$$a_n = \left( \frac{(5+n)^{100}}{5^{n+1}} \right) \cdot \left( \frac{5^n}{(4+n)^{100}} \right).$$

Bestimmen Sie den Grenzwert  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

- i)  $a = 1$
  - ii) Diese Folge konvergiert nicht.
  - iii)  $a = \left(\frac{5}{4}\right)^{100}$
  - iv)  $a = \frac{5}{4}$
  - v)  $a = \frac{1}{5}$
  - vi) weiss ich nicht
3. Gegeben sei die Folge  $a_n = \frac{n}{n+1}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Welche der folgenden Aussagen ist *falsch*?
- i) Die Folge ist konvergent.
  - ii) Die Folge ist beschränkt.
  - iii) Der Limes der Folge ist 1.
  - iv) Die Folge ist eine Nullfolge.
  - v) Die Folge ist monoton wachsend.
  - vi) weiss ich nicht
4. Gegeben sei die Folge  $a_n = \frac{n^2}{n+1}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Welche der folgenden Aussagen ist *falsch*?
- i) Die Folge ist monoton wachsend.

- ii) Die Folge ist beschränkt.
- iii) Die Folge besitzt keinen Limes in  $\mathbb{R}$ .
- iv) Die Folge ist divergent.
- v) weiss ich nicht

**5. Prüfungsaufgabe 5a, Sommer 2013.** Die Folge  $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  konvergiert, weil

- i) sie streng monoton wachsend und von oben durch 3 beschränkt ist.
- ii) sie streng monoton fallend und von oben durch 3 beschränkt ist.
- iii) sie streng monoton fallend und von unten durch 2 beschränkt ist.
- iv) sie streng monoton wachsend und von unten durch 2 beschränkt ist.
- v) weiss ich nicht

**6. Prüfungsaufgabe 5b, Sommer 2013.** Welche der folgenden Begründungen für Aussagen über eine Reihe ist logisch korrekt?

- i) Die Folge der Partialsummen der Reihe ist monoton; daher konvergiert die Reihe.
- ii) Bei jedem Schritt addiert man weniger dazu als beim vorangegangenen; daher konvergiert die Reihe.
- iii) Alle Glieder der Reihe sind positiv und die Reihe konvergiert; daher konvergiert die Reihe absolut.
- iv) Die Reihe hat unendlich viele Glieder, die alle grösser als Null sind; daher divergiert die Reihe.
- v) weiss ich nicht

**7.** Zu einer Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  betrachten wir folgende Aussagen:

- a) Die Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  konvergiert.
- b) Die Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} |a_k|$  konvergiert.
- c) Die Folge  $\{a_k\}$  konvergiert gegen 0.

Welche der folgenden Implikationen sind korrekt?

- i) (3.)  $\Rightarrow$  (1.)
- ii) (2.)  $\Rightarrow$  (3.)
- iii) (1.)  $\Rightarrow$  (2.)
- iv) (1.)  $\Rightarrow$  (3.)
- v) (3.)  $\Rightarrow$  (2.)

- vi) (2.)  $\Rightarrow$  (1.)
- vii) weiss ich nicht

8. Welche der Reihen divergieren?

- i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^{\frac{n}{2}}}{\left(\frac{n+1}{2}\right)^n}$ .
- ii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ .
- iii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ .
- iv)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ .
- v) Keine der Reihen divergiert.
- vi) weiss ich nicht

9. Die Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k}$

- i) divergiert.
- ii) konvergiert absolut.
- iii) konvergiert, aber nicht absolut.
- iv) weiss ich nicht

10. **Zwischenprüfung Winter 2015.** Jede konvergente Folge ist monoton.

- i) wahr
- ii) falsch
- iii) weiss ich nicht

11. **Zwischenprüfung Winter 2015.** Es sei  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  eine konvergente Reihe. Dann konvergiert auch  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n$ .

- i) wahr
- ii) falsch
- iii) weiss ich nicht

12. **Zwischenprüfung Winter 2015.** Bestimme den Grenzwert der folgenden Reihe, falls sie konvergiert.

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n} 2^{n+1}$$

- i) 2
- ii) 4
- iii) 9
- iv) Die Reihe divergiert.
- v) weiss ich nicht