

MC-Serie 10 - Taylorreihen

1. Wie berechnet man die Potenzreihe um $x_0 = 0$ der Funktion $x \mapsto \frac{1}{x^2+2x+1}$ mit möglichst wenig Aufwand?
 - i) Mit Hilfe eines Ansatzes und anschliessendem Koeffizientenvergleich.
 - ii) Die Funktion als Quadrat von $\frac{1}{1+x}$ schreiben und die Reihe als Quadrat der Reihe für diese Funktion erhalten.
 - iii) Alle Ableitungen bestimmen und die Formel für die Taylorreihe auswerten.
 - iv) weiss ich nicht

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = ?$
 - i) Der Grenzwert existiert nicht.
 - ii) π
 - iii) 1
 - iv) 0
 - v) $\frac{1}{2}$
 - vi) weiss ich nicht

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x)}{\sin(x)} = ?$
 - i) -1
 - ii) 1
 - iii) 0
 - iv) ∞
 - v) weiss ich nicht

4. Durch zweifache Anwendung der Regel von de l'Hôpital folgt

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3.$$

Was stimmt an dieser Überlegung nicht? Die Regel von de l'Hôpital ist ...

- i) durchaus anwendbar und die Überlegung ist richtig!
- ii) nicht anwendbar, weil die beiden ersten Brüche keine auf ganz \mathbb{R} definierte Funktion beschreiben.
- iii) auf den zweiten Bruch nicht anwendbar, weil Zähler und Nenner für $x \rightarrow 1$ nicht beide gegen 0 oder ∞ streben.
- iv) nicht anwendbar, weil das Zählerpolynom jeweils einen höheren Grad als das Nennerpolynom hat.

- v) auf den ersten Bruch nicht anwendbar, weil Zähler und Nenner für $x \rightarrow 1$ nicht beide gegen 0 oder ∞ streben.
- vi) weiss ich nicht

5. Durch welche der folgenden Ausdrücke wird die Taylorreihe von

$$f(x) = x^3 - 5x^2 - x + 2$$

an der Stelle 1 dargestellt?

- i) $x^3 - 2x^2 - 8x - 1$
- ii) $(x - 1)^3 - 5(x - 1)^2 - (x - 1) + 2$
- iii) $x^3 - 5x^2 - x + 2$
- iv) $(x - 1)^3 - 2(x - 1)^2 - 8(x - 1) - 3$
- v) weiss ich nicht

6. **Zwischenprüfung Winter 2014.** Bestimmen Sie den Koeffizienten von x^2 in der Taylorreihe von $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$ um $x_0 = 0$.

- i) 1
- ii) 3
- iii) $\frac{1}{3}$
- iv) 6
- v) $\frac{1}{6}$
- vi) weiss ich nicht

7. Wie lautet das zweite Taylorpolynom $T_2(x)$ der Funktion $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$ im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$?

- i) $1 + \frac{x^2}{2}$
- ii) Das gesuchte Polynom ist nicht unter diesen Antworten.
- iii) $1 + x + \frac{x^2}{2}$
- iv) $1 + x^2$
- v) $1 + x + x^2$
- vi) weiss ich nicht

8. **Zwischenprüfung Winter 2014.** Sei $T_5(x) = 3x^2 - 5x^3 + 7x^4 + 3x^5$ das Taylorpolynom 5. Grades an der Stelle $x_0 = 0$ von f . Dann ist $f'''(0) = \dots$

- i) -30.
- ii) $-\frac{5}{6}$.
- iii) $-\frac{1}{6}$.
- iv) -5.

- v) -15 .
- vi) weiss ich nicht

9. Wenn man zwei Funktionen addiert, dann werden ihre Taylorreihen an einem Punkt x_0

- i) es kann keine allgemein gültige Aussage getroffen werden.
- ii) multipliziert.
- iii) addiert.
- iv) subtrahiert.
- v) addiert, aber man erhält die Taylorreihe an der Stelle $2x_0$.
- vi) weiss ich nicht

10. Von einer Polynomfunktion f sei bekannt, dass

$$f(3) = 6, \quad f'(3) = 8, \quad f''(3) = 11, \quad f^{(n)}(3) = 0, \quad \forall n \geq 3.$$

Dabei seien f und $f^{(n)}$, $\forall n \geq 1$ stetige Funktionen auf $[3, 7]$. Dann gilt $f(7) =$

- i) 38.
- ii) 214.
- iii) 331.5.
- iv) 126.
- v) weiss ich nicht

11. Das Taylorpolynom 3. Grades an der Stelle $x_0 = 0$ von $f(x) = \sin(2x)$ ist gegeben durch...

- i) $2x - 4x^2 + \frac{16x^3}{3}$.
- ii) $2x - \frac{4x^3}{3}$.
- iii) $2 + x - \frac{x^3}{6}$.
- iv) $2 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$.
- v) $2x - \frac{x^3}{3}$.
- vi) weiss ich nicht

12. **Zwischenprüfung Winter 2015.** Wie lautet das Taylorpolynom zweiten Grades von $\sqrt{1+2x}$ um den Punkt $x_0 = 0$?

- i) $1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}$
- ii) $2 + x + \frac{x^2}{4}$
- iii) $1 + x - \frac{x^2}{2}$
- iv) $1 + x + x^2$

v) weiss ich nicht

13. Zwischenprüfung Winter 2015. Gesucht ist eine Funktion f für welche $f'(x) = \sin(x^2)$ gilt. Bestimme den Koeffizienten a_3 von x^3 in der Taylorreihe von $f(x)$ um $x_0 = 0$.

i) $a_3 = \frac{1}{3!}$

ii) $a_3 = \frac{1}{2}$

iii) $a_3 = 0$

iv) $a_3 = \frac{1}{3}$

v) weiss ich nicht