Analysis D-BAUG
Dr. Meike Akveld HS 2015

MC-Serie 12 - Integrationstechniken

1. Die Formel

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = xf(x) - \int xf'(x)\,\mathrm{d}x$$

i) ist im Allgemeinen falsch.
ii) folgt aus der Substitutionsregel.
iii) folgt aus dem Hauptsatz der Infinitesimalrechnung.
iv) folgt aus der partiellen Integration.
v) weiss ich nicht

2. Welche der folgenden Rechnungen ist **keine** korrekte Anwendung der partiellen Integration?

i) $\displaystyle\int x\cdot\ln x\,\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}\cdot\ln x - \int \frac{x}{2}\,\mathrm{d}x$
ii) $\displaystyle\int \sin\phi\cdot\cos\phi\,\mathrm{d}\phi = -\cos\phi\cdot\cos\phi - \int \cos\phi\cdot\sin\phi\,\mathrm{d}\phi$
iii) $\displaystyle\int 2x^2e^{x^2}\,\mathrm{d}x = xe^{x^2} - \int e^{x^2}\,\mathrm{d}x$
iv) $\displaystyle\int \sin\phi\cdot\cos\phi\,\mathrm{d}\phi = \sin\phi\cdot\sin\phi - \int \cos\phi\cdot\sin\phi\,\mathrm{d}\phi$
v) Alle sind korrekte Anwendungen der partiellen Integration.
vi) weiss ich nicht

3. Lösen Sie das unbestimmte Integral $\int \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x$.

i) $x - \frac{1}{x+1} + C$
ii) $\frac{x^2}{x+1} + C$
iii) $\frac{2}{(x+1)^3}$
iv) $\frac{x^2+x+2}{x+1} + C$
v) keines davon
vi) weiss ich nicht

4. Lösen Sie das unbestimmte Integral $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{4-x^2}}$.

i) $\frac{1}{2}\arccos(\frac{x}{2}) + C$
ii) $\arccos(\frac{x}{2}) + C$
iii) $\arcsin(\frac{x}{2}) + C$
iv) $\frac{1}{2}\arcsin(\frac{x}{2}) + C$

v) keines davon

vi) weiss ich nicht

5. Welches der folgenden Integrale stimmt im Allgemeinen nicht mit den anderen überein?

i) $\int_a^b (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$

ii) $\int_b^a (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$

iii) $\int_a^b (f(t) - g(t))\,\mathrm{d}t$

iv) $\int_a^b (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}u$

v) weiss ich nicht

6. Wir rechnen

$$\begin{aligned} f(x) = (x-1)^4 &= \int 4(x-1)^3\,\mathrm{d}x = \int (4x^3 - 12x^2 + 12x - 4)\,\mathrm{d}x \\ &= x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x = g(x) \end{aligned}$$

und erhalten daraus durch Einsetzen $1 = f(0) = g(0) = 0$. Wo liegt der Fehler?

i) Die binomische Formel wurde falsch angewendet.

ii) Man darf nicht einsetzen.

iii) Die Integrationskonstante fehlt.

iv) Es ist trotzdem richtig, weil man Konstanten vernachlässigen darf.

v) weiss ich nicht

7. Zwischenprüfung Winter 2014. Wenn das bestimmte Integral von -1 bis 1 der Funktion $f(x) = \cos x \cdot e^{-x^2}$ gleich k ist, so ist das bestimmte Integral von -1 bis 0 der Funktion $f(x) = \cos x \cdot e^{-x^2}$ gleich ...

i) $-k$.

ii) $\frac{k}{2}$.

iii) $2k$.

iv) $-\frac{k}{2}$.

v) $-2k$.

vi) weiss ich nicht

8. Zwischenprüfung Winter 2014. Sei $f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{t^3+2}}\,\mathrm{d}t$. Welche der folgenden Aussagen ist ***falsch***?

i) $f(1) > 0$

ii) $f(-1) > 0$

iii) $f(-1/2) < 0$

iv) $f(0) = 0$

v) weiss ich nicht

9. Zwischenprüfung Winter 2014. Sei $f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{t^3+2}}\,\mathrm{d}t$. Welche der folgenden Aussagen über $f'(1)$ ist richtig?

i) $f'(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ii) $f'(1)$ kann man nicht bestimmen, weil man die Stammfunktion nicht kennt.

iii) $f'(1) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

iv) $f'(1) = \operatorname{arsinh}(1)$

v) weiss ich nicht

10. Zwischenprüfung Winter 2014. Für $0 < a < b$ und $0 < c < d$ sei $f : [a, b] \to [c, d]$ eine stetig differenzierbare, streng monoton wachsende und surjektive Funktion mit Umkehrfunktion f^{-1}. Dann ist $\int_c^d f^{-1}(y)\,\mathrm{d}y = \dots$

i) $bd - ac - \int_c^d f(x)\,\mathrm{d}x$.

ii) $bd - ac - \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

iii) $\frac{1}{\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x}$.

iv) $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

v) weiss ich nicht

11. Zwischenprüfung Winter 2015. Sei n eine nicht-negative ganze Zahl. Folgende Gleichung

$$\int_0^1 x^n\,\mathrm{d}x = \int_0^1 (1-x)^n\,\mathrm{d}x$$

gilt ...

i) nur für $n = 0$.

ii) nur für alle geraden n.

iii) nur für alle ungeraden n.

iv) für alle n.

v) weiss ich nicht

12. Zwischenprüfung Winter 2015.

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x = \dots$$

i) $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$

ii) $\frac{\pi}{6}$

iii) $\frac{\pi}{3}$

iv) $2 - \sqrt{3}$

v) weiss ich nicht