

## MC-Ferienserie

1. Die folgende Aussage:  $\forall z \in \mathbb{C} \exists w \in \mathbb{C} : z < w$  ist

- i) falsch
- ii) wahr
- iii) weiss ich nicht

2. Sei  $z$  eine komplexe Zahl in der oberen Halbebene

$$H_+ = \{w \in \mathbb{C} \mid \text{Im}(w) > 0\}$$

so gilt für die beiden Zahlen  $-i^2 \cdot z$  und  $\frac{-1}{\bar{z}}$

- i)  $-i^2 \cdot z \in H_+$  und  $\frac{-1}{\bar{z}} \notin H_+$
- ii)  $-i^2 \cdot z \in H_+$  und  $\frac{-1}{\bar{z}} \in H_+$
- iii)  $-i^2 \cdot z \notin H_+$  und  $\frac{-1}{\bar{z}} \notin H_+$
- iv)  $-i^2 \cdot z \notin H_+$  und  $\frac{-1}{\bar{z}} \in H_+$
- v) weiss ich nicht

3. Bestimmen Sie  $\sqrt[4]{-8 - 8\sqrt{3}i}$

- i)  $1 + \sqrt{3}i$
- ii)  $\sqrt{3} + i$
- iii)  $\sqrt{3} - i$
- iv)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$
- v) weiss ich nicht

4. Für welchen Wert von  $k$  existiert folgender Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x + k}{x - 4}.$$

- i)  $-12$
- ii)  $-4$
- iii)  $3$
- iv)  $7$
- v) Für kein einziges  $k$ .
- vi) weiss ich nicht

5. Ein Student muss die folgende Reihe auf Konvergenz / Divergenz überprüfen

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k + |\sin(k)|}$$

und geht dabei folgendermassen vor:

Schritt 1:

$$0 < \frac{1}{k + |\sin(k)|} < \frac{1}{k} \quad \forall k \geq 1$$

Schritt 2: Die harmonische Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  divergiert.

Schritt 3: Weil die harmonische Reihe divergiert, divergiert auch unsere Reihe nach dem Majorantenkriterium.

Was meinen Sie zu diesem Vorgang?

- i) Schritt I ist falsch.
- ii) Schritt II ist falsch.
- iii) Schritt III ist falsch.
- iv) Der Student hat recht.
- v) weiss ich nicht

6. Welche der folgenden Reihen konvergieren nach dem Quotientenkriterium?

- i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$
- ii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$
- iii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$
- iv)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$
- v) weiss ich nicht

7. **Zwischenprüfung Winter 2014.** Welche der folgenden Reihen konvergieren?

$$\text{I. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+2}; \quad \text{II. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n}; \quad \text{III. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}.$$

- i) keine einzige
- ii) nur I und II
- iii) nur I und III
- iv) nur II
- v) nur III
- vi) weiss ich nicht

8. Für welchen Parameter  $a \in \mathbb{R}$  gilt  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{7} = -\frac{1}{10}$

- i)  $a = \frac{17}{7}$
- ii)  $a = -\frac{3}{7}$
- iii)  $a = -\frac{7}{17}$
- iv)  $a = \frac{7}{3}$
- v) Es gibt keinen solchen Parameter  $a \in \mathbb{R}$ .
- vi) weiss ich nicht

9. Sei  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  stetig mit  $f(0) = 1$  und  $f(1) = 0$ . Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- i)  $f$  ist injektiv
- ii)  $\exists y \in [0, 1]$  mit  $f(\frac{1}{2}) = y$
- iii)  $\exists x \in [0, 1]$  mit  $f(x) = x$
- iv)  $\exists x \in [0, 1]$  mit  $f(x) = \frac{1}{2}$
- v) weiss ich nicht

10. An wie viele Stellen ist die Funktion  $f(x) = ||x| - 3|$  nicht differenzierbar?

- i) an 0 Stellen
- ii) an 1 Stelle
- iii) an 2 Stellen
- iv) an 3 Stellen
- v) an 4 Stellen
- vi) weiss ich nicht

11. Seien  $f$  und  $g$  differenzierbare Funktionen mit

$$f(1) = 2, f'(1) = 3, f'(2) = -4$$

$$g(1) = 2, g'(1) = -3, g'(2) = 5$$

Sei  $h(x) = f(g(x))$  so gilt  $h'(1) =$

- i) 0
- ii) -9
- iii) -4
- iv) 15
- v) 12
- vi) weiss ich nicht

12. Das Maximum der Funktion  $f(x) = |\sin x - \frac{1}{2}|$  ist

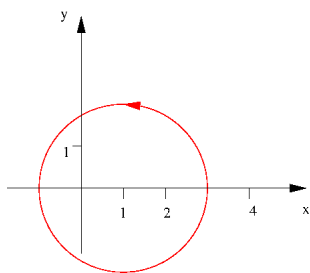
- i)  $\frac{3\pi}{2}$

- ii)  $\frac{\pi}{2}$
- iii)  $\frac{1}{2}$
- iv) 1
- v)  $\frac{3}{2}$
- vi) weiss ich nicht

13.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln\left(\frac{2+h}{2}\right) =$

- i) 0
- ii)  $\frac{1}{2}$
- iii) 1
- iv)  $e^2$
- v) weiss ich nicht

14. Welche der folgenden Parametrisierungen beschreiben die folgende Kurve?



- i)  $(x(t), y(t)) = (1 - 2 \cos(-t), -2 \sin(-t))$
- ii)  $(x(t), y(t)) = (1 + 2 \cos(-t), 2 \sin(-t))$
- iii)  $(x(t), y(t)) = (1 - 2 \cos(-t), 2 \sin(-t))$
- iv)  $(x(t), y(t)) = (1 + 2 \cos(-t), -2 \sin(-t))$
- v) weiss ich nicht

15. Sei  $f(x) = x^2 \ln(1 + x)$ . Was ist die beste Approximation von  $f(0.1)$ ?

- i) 0.00098
- ii) 0.00095
- iii) 0.00090
- iv) 0.00092
- v) 0.00100
- vi) weiss ich nicht

16. Eine Funktion  $f$  hat die folgende Taylorreihe um  $x_0 = 0$

$$\frac{x^4}{2!} + \frac{x^5}{3!} + \frac{x^6}{4!} + \dots + \frac{x^{n+3}}{(n+1)!} + \dots$$

Bestimme eine geschlossene Formel für  $f(x)$

- i)  $-3x \sin(x) + 3x^2$
- ii)  $-\cos(x^2) + 1$
- iii)  $e^{x^2} - x^2 - 1$
- iv)  $-x^2 \cos(x) + x^2$
- v)  $x^2 e^x - x^3 - x^2$
- vi) weiss ich nicht

17. Geben Sie die Formel für die  $n$ -te Untersumme  $U_n$  der Funktion  $f(x) = 3^x$  im Intervall  $[0, 2]$  an.

- i)  $\frac{1}{n} \cdot \frac{16}{9^{\frac{1}{n}} - 1}$
- ii)  $\frac{1}{n} \cdot \frac{16 \cdot 9^{\frac{1}{n}}}{9^{\frac{1}{n}} - 1}$
- iii)  $\sum_{k=1}^n \frac{2 \cdot 3^x}{n}$
- iv)  $\frac{1}{n} \cdot \frac{2}{3^{\frac{1}{n}} - 1}$
- v) weiss ich nicht

18.

$$\int_{-1}^0 \frac{x}{x^3 - 8} dx = \frac{\pi\sqrt{3}}{36} - \frac{1}{12} \ln 3$$

- i) wahr
- ii) falsch
- iii) weiss ich nicht

19.  $\int_0^1 \sqrt{x^2 - 2x + 1} dx =$

- i)  $-1$
- ii)  $-\frac{1}{2}$
- iii)  $1$
- iv)  $\frac{1}{2}$
- v) weiss ich nicht

20. Bestimmen Sie  $\int_0^{0.3} x^2 \cdot e^{-x^2} dx$  bis auf drei Dezimalstellen korrekt.

- i) 0.008
- ii) 0.009
- iii) 0.082
- iv) 0.090
- v) 0.098
- vi) weiss ich nicht

21. **Zwischenprüfung Winter 2014.** Betrachten Sie eine kreisförmige Stadt, die von einer geraden Autobahn durchquert wird, welche genau durchs Stadtzentrum geht. Der Radius der Stadt ist 3 Kilometer und die Bevölkerungsdichte (Anzahl Personen pro Quadratkilometer) ist gegeben durch

$$f(r) = 12000 - 2000r,$$

wobei  $r$  die Distanz zur Autobahn in Kilometern ist. Welche der folgenden Formeln berechnet die Einwohnerzahl der Stadt?

- i)  $\int_0^3 (12000 - 2000r) dr$
- ii)  $4 \int_0^3 (12000 - 2000r) \sqrt{9 - r^2} dr$
- iii)  $2 \int_0^3 2\pi r (12000 - 2000r) dr$
- iv)  $2 \int_0^3 (12000 - 2000r) \sqrt{9 - r^2} dr$
- v)  $\int_0^3 2\pi r (12000 - 2000r) dr$
- vi) weiss ich nicht

22. Eine Spirale ist gegeben durch die Parametrisierung

$$\gamma: [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto (\cos t, \sin t, t).$$

Die Länge der Kurve ist

- i)  $L(\gamma) = 4\pi$ ,
- ii)  $L(\gamma) = \sqrt{2} \cdot 4\pi$ ,
- iii)  $L(\gamma) = \sqrt{2} \cdot 2\pi$ ,
- iv)  $L(\gamma) = 8\pi$ .
- v) weiss ich nicht