

Serie 1 - Logik und Notation

1. Zwei ansonsten unabhängige reelle Grössen x und y sind miteinander verknüpft durch die Einschränkung

$$x^2 - 8x \leq -6y - y^2. \quad (1)$$

- a) Man zeichne eine Figur, aus der alle möglichen Werte für x und y ersichtlich werden.
- b) Welchen Wert kann die Grösse x unter der Bedingung (1) höchstens annehmen, und wie müsste y gewählt werden, damit dieser Maximalwert von x tatsächlich angenommen wird?

2. Bringen Sie folgende Aussagen in die "Formelsprache", d.h. stellen Sie diese mit Hilfe von Quantoren dar. In der Lösung soll kein einziges Wort stehen! Dabei sind A und B beliebige Mengen.

Beispiel: Die Menge A ist in B enthalten genau dann wenn jedes Element aus A auch in B liegt.

Lösungsvorschläge: $A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A: x \in B$ oder $A \subset B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B)$.

- a) Eine reelle Zahl kann nie gleichzeitig grösser und kleiner als 1 sein.
- b) Es gibt eine kleinste natürliche Zahl.
- c) Es gibt keine grösste reelle Zahl.
- d) Das Produkt zweier reeller Zahlen ist immer reell.
- e) Der Quotient zweier ganzer Zahlen ist nicht immer ganz.
- f) Ein Element aus A oder B liegt genau dann im Durchschnitt von A und B , wenn es in beiden Mengen enthalten ist.

3. Es sei A das Innere des Oktaeders mit den Ecken $(\pm 1, 0, 0)$, $(0, \pm 1, 0)$ und $(0, 0, \pm 1)$. Man stelle A auf möglichst einfache Weise in der Form

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \dots\}$$

dar.