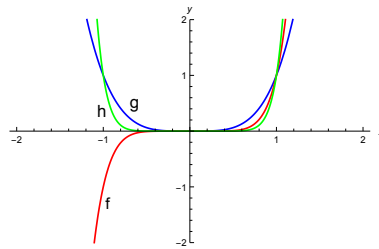
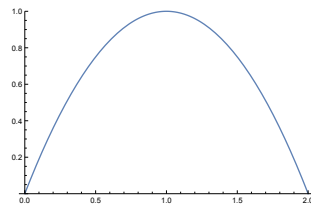


Serie 5 - Funktionen I

1. **Repetition.** Ordnen Sie die Funktionen x^4 , x^7 und x^{10} den Graphen aus der nachfolgenden Abbildung zu. Verwenden Sie kein grafisches Hilfsmittel und begründen Sie Ihre Antwort.



2. **Repetition.** Die nachfolgende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f mit dem Definitionsbereich $[0, 2]$ und dem Wertebereich $[0, 1]$. Bestimmen Sie die Definitionsbereiche und Wertebereiche der folgenden Funktionen und skizzieren Sie ihre Graphen.



- a) $f(x) + 2$
 b) $f(x) - 1$
 c) $2f(x)$
 d) $-f(x)$
 e) $f(x + 2)$
 f) $f(x - 1)$
 g) $f(-x)$
 h) $-f(x + 1) + 1$
3. Bestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich jeder Funktion. Entscheiden Sie, ob die Funktion gerade, ungerade oder keines von beiden ist.
- a) $f(x) = 5 - 2x$
 b) $f(t) = \frac{1}{t-1}$
 c) $g(x) = \sqrt{|x|}$

d) $G(u) = \frac{u}{|u|}$

e) $H(w) = \sqrt{5w + 10}$

4. Die Funktionen $f(x) = x - 3$, $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = x^3$ und $j(x) = 2x$ seien gegeben. Drücken Sie jede der unten angegebenen Funktionen durch eine Verkettung von einer oder mehreren der Funktionen f , g , h und j aus.

a) $y = \sqrt{x} - 3$

b) $y = 2\sqrt{x}$

c) $y = x^{\frac{1}{4}}$

d) $y = 4x$

e) $y = \sqrt{(x - 3)^3}$

f) $y = (2x - 6)^3$

5. Gegeben seien die Funktionen

$$f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto 2x - 6$$

$$f_2: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty), \quad x \mapsto |x|$$

$$f_3: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \min\{x^2 - 9, 0\}$$

$$f_4: \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{x+1}{f_1(x)}.$$

- a) Untersuchen Sie alle Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.
 b) Skizzieren Sie auf dem Intervall $[-5, 5]$ die Funktionen $g := f_3 - f_1$,

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f_3(x) - f_1(x),$$

und $h := f_2 \circ g$,

$$h: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty), \quad x \mapsto f_2(g(x)).$$

- c) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion $f_4^{-1}: \text{Im}(f_4) \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

6. Gegeben sei eine Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Welche Eigenschaften von f werden durch die folgenden Formeln beschrieben?

a) $\exists \alpha \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} : f(x) = \alpha.$

b) $\forall \alpha \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{R} : f(x) \geq \alpha.$

c) $\exists \alpha \in \mathbb{R}_{\neq 0} \forall x \in \mathbb{R} : f(x + \alpha) = f(x).$