

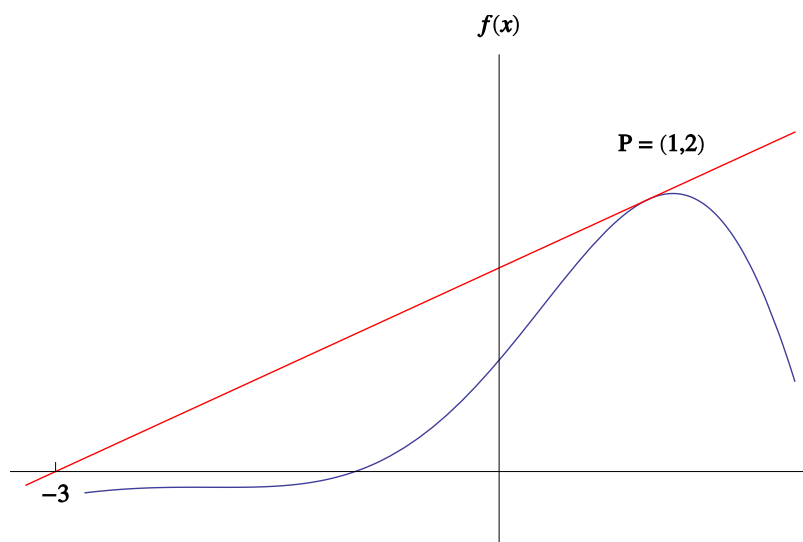
Serie 4

1. Auf welchem maximalen Bereich ist die Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{1 - x^2}$ differenzierbar?
 - ☐ auf $(0, 1)$
 - ☐ auf $(-1, 1)$
 - ☐ auf $[-1, 1]$
 - ☐ auf $(-1, 1) \setminus \{0\}$

2. Seien f und g zwei Funktionen. Existieren die Funktionen $g \circ f$ und $h := (g \circ f)^{-1}$, so ist $h' = \dots$ in allen Punkten, für die die rechte Seite definiert ist.
 - ☐ $\frac{1}{(g' \circ f \circ g \circ f) \cdot (f' \circ g \circ f)}$
 - ☐ $\frac{1}{(g^{-1} \circ g') \cdot (f^{-1} \circ f' \circ g^{-1})}$
 - ☐ $\frac{1}{(g' \circ f^{-1} \circ g^{-1}) \cdot (f' \circ f^{-1} \circ g^{-1})}$
 - ☐ $\frac{1}{(g' \circ g^{-1}) \cdot (f' \circ f^{-1} \circ g^{-1})}$

3. Die Ableitung der Funktion $f(x) = x^x$ für $x \in (0, \infty)$ ist ...
 - ☐ $f'(x) = x^2$.
 - ☐ $f'(x) = x^{x-1}$.
 - ☐ $f'(x) = x^x$.
 - ☐ $f'(x) = (1 + \log x)x^x$.
 - ☐ $f'(x) = x + x \log x$.
 - ☐ keiner der obigen Ausdrücke.

4. Im folgenden Bild ist die rote Gerade im Punkt P tangential an die blaue Kurve, die der Graph einer Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist. Welchen Wert hat die Ableitung f' an der Stelle 1?



- ☐ 2
- ☐ $-\frac{1}{2}$
- ☐ -2
- ☐ $\frac{1}{2}$
- ☐ $\frac{2}{3}$
- ☐ $\frac{3}{2}$
- ☐ Keine der obigen Antworten ist richtig.

5. Sei $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = (x + 3)^{1/3}$. Welche der Funktionen t beschreibt die Tangente an den Graphen von f an der Stelle $x = 24$?

- ☐ $t(x) = -\frac{1}{27}(x - 24) + 3$
- ☐ $t(x) = \frac{1}{27}x + 3$
- ☐ $t(x) = \frac{1}{27}(x - 24) + 3$
- ☐ $t(x) = \frac{1}{27}(x + 24) + 3$

6. Berechne die Ableitungsfunktionen von...

- a) $x \mapsto \operatorname{arccot} x$,
- b) $x \mapsto (\sqrt[3]{x} + \cos(\arctan x))^{2015}$,
- c) der Umkehrfunktion von $x \mapsto -2x^2 + 8x + 3$ für $x \in (2, \infty)$,
- d) der Umkehrfunktion von $x \mapsto 2e^{-x^2}$ für $x \in (0, \infty)$.

7. Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion f bzw. g an der Stelle x_0 . Was fällt dir auf?

a) $f : [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \sqrt{x-2}, \quad x_0 = 6.$

b) f wie oben, aber $x_0 = 11.$

c) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto 2x + 2, \quad x_0 = 0.$

d) g wie oben, aber $x_0 = 4.$

8. Es sei ε eine kleine Grösse. Finde (lineare) Näherungen für die folgenden Ausdrücke:

a) $\sqrt[3]{1000 - \varepsilon},$

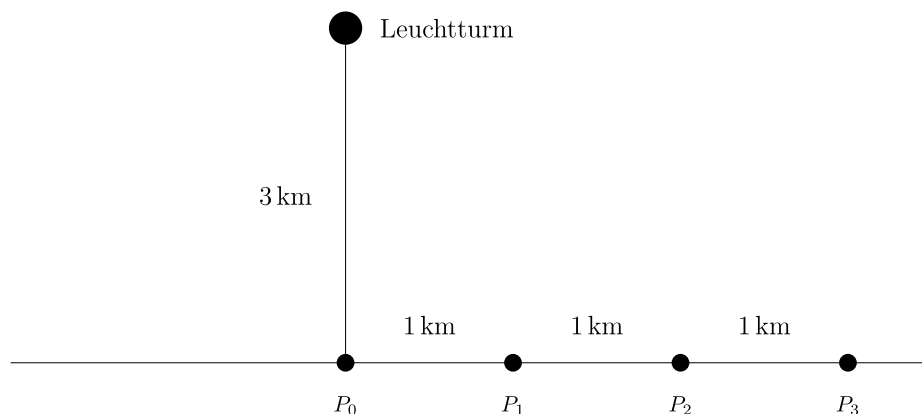
b) $\frac{1}{(1 + \varepsilon)^2} - 1,$

c) $e^{1+\varepsilon},$

d) $\prod_{k=0}^{364} \left(1 - \frac{k\varepsilon}{365}\right).$

9. Ein gerader Kreiskegel ist durch die Höhe h und den halben Öffnungswinkel α gegeben. Schätze mit Hilfe des Differentials ab, wie sich das Volumen des Kegels ändert, wenn sich α um die kleine Grösse $d\alpha$ ändert.

10. Der Scheinwerfer eines Leuchtturms rotiert mit 4 Umdrehungen pro Minute. Bei jeder Umdrehung überstreicht der Lichtstrahl die gesamte Hafenmauer von links nach rechts. Wenn die Mauer 3 km vom Leuchtturm entfernt ist, mit welcher Geschwindigkeit zieht der Strahl jeweils beim Punkt P_0, P_1, P_2, P_3 vorbei?



Abgabe der schriftlichen Aufgaben am Mittwoch, 21. Oktober 2015 in den Schnellübungen.
Die Multiple-Choice-Aufgaben sind online einzureichen.