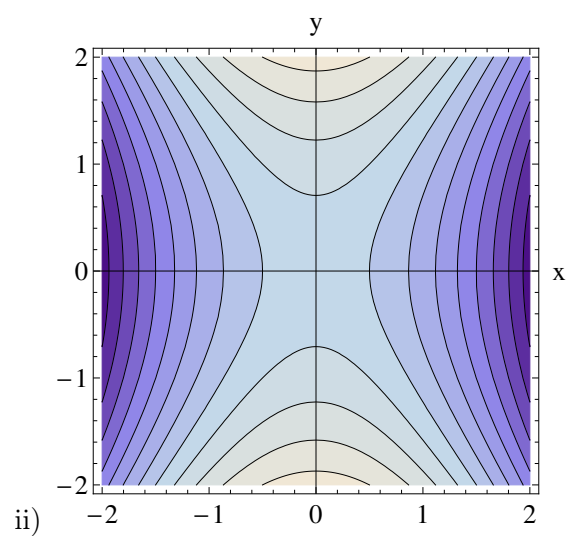
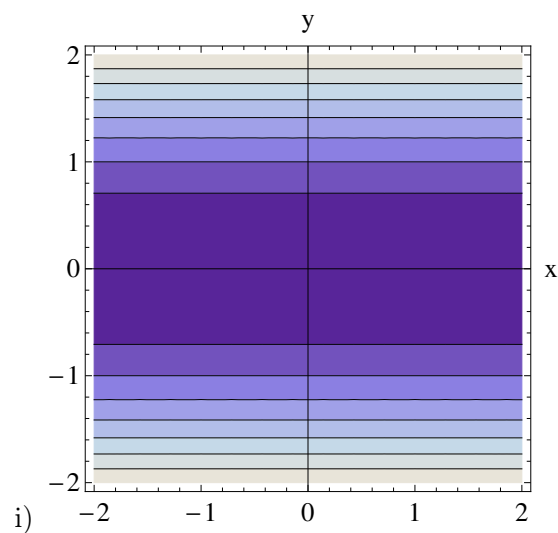
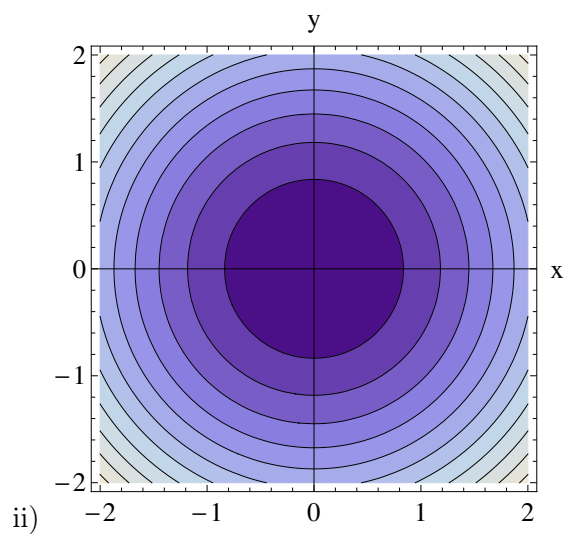
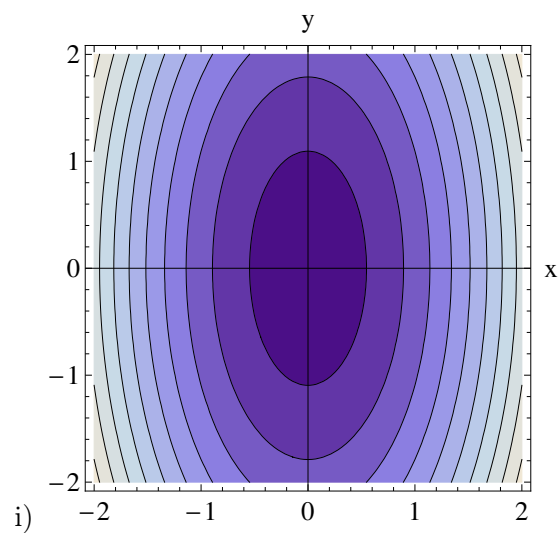


## Serie 12

1. Der Schwerpunkt einer dünnen, homogenen Platte in der  $xy$ -Ebene liegt immer innerhalb dieser Platte, egal welche Form die Platte hat.
  - i) Wahr
  - ii) Falsch
2. Eine dünne Platte in der  $xy$ -Ebene mit konstanter Dichte, welche symmetrisch bezüglich der  $x$ -Achse ist, hat einen Schwerpunkt mit  $x$ -Koordinate gleich Null.
  - i) Wahr
  - ii) Falsch
3. Welche Niveaulinien passen zur Funktion  $f(x, y) = y^2$  ?



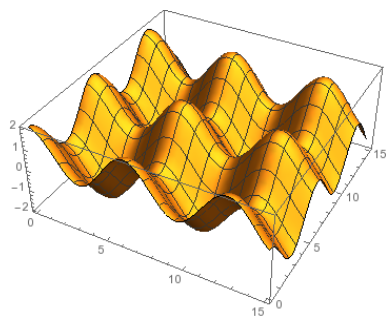
4. Welche Niveaulinien passen zur Funktion  $f(x, y) = 4x^2 + y^2$  ?



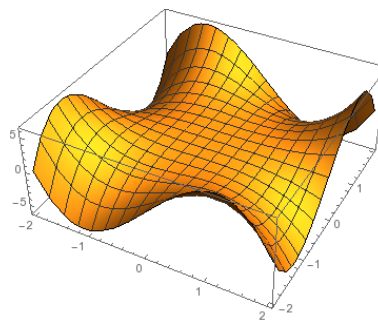
5. Wir betrachten die folgende Liste von Funktionen:

- |   |   |
|---|---|
| <b>a)</b> $f(x, y) = \sin(x - y)(-x^2 + y^2)$ | <b>b)</b> $f(x, y) = (x - y)e^{-x^2 + y^2}$ |
| <b>c)</b> $f(x, y) = \cos(x) + \cos(y)$       | <b>d)</b> $f(x, y) = (x^2 - y^2)xy$         |

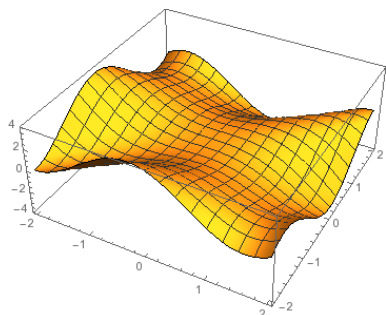
a) Ordne diese Funktionen den Graphen A)-D) zu.



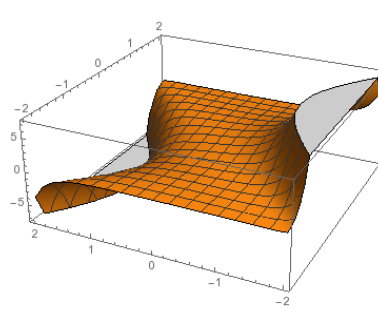
A)



B)

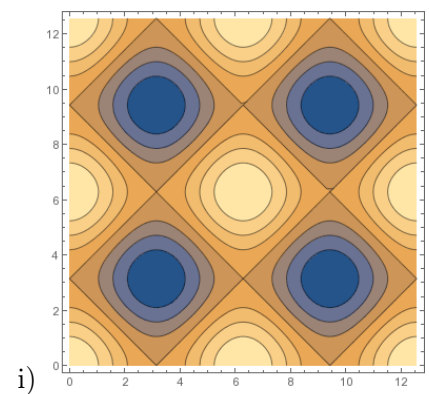


C)

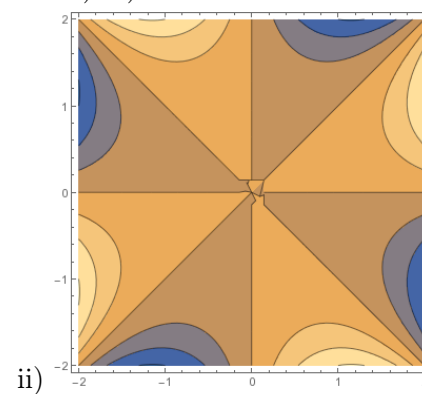


D)

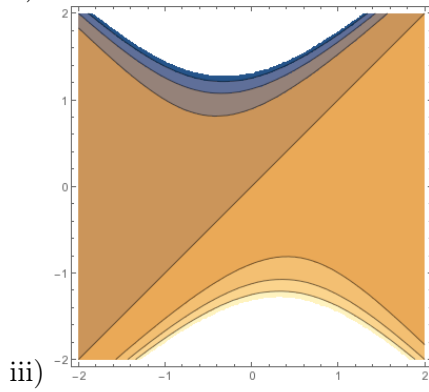
b) Ordne diese Funktionen den Niveaulinien i)-iv) zu.



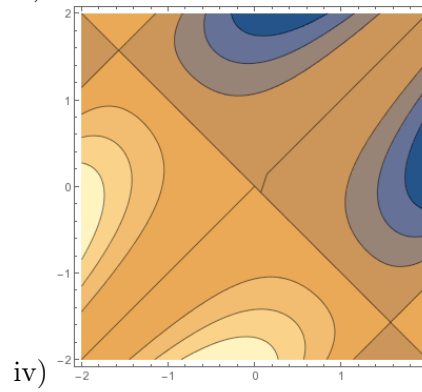
i)



ii)



iii)



iv)

6. Ein Kreisel werde erzeugt durch Rotieren der Funktion

$$f(x) = x^{\frac{3}{5}}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

um die  $y$ -Achse. Die Massenverteilung innerhalb des Kreisels sei beschrieben durch die

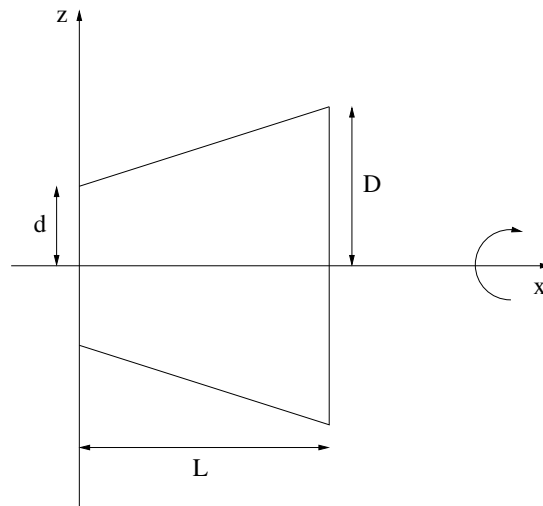
Dichte

$$\varrho(y) = 2 - y, \quad 0 \leq y \leq 1.$$

- a) Berechne die Gesamtmasse des Kreisels.
- b) Auf welcher Höhe liegt der Schwerpunkt?

**7. Prüfungsaufgabe HS 1994:**

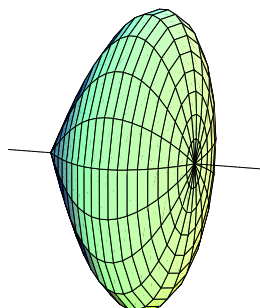
Bestimme den Schwerpunkt der homogenen konischen Welle (Rotationsachse =  $x$ -Achse) der untenstehenden Figur.



**8. Das Flächenstück zwischen der  $x$ -Achse und dem durch die Parameterdarstellung**

$$\begin{aligned} x(t) &= \cos t \\ y(t) &= \sin(2t) \end{aligned} \quad \left( \text{für } 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

gegebenen Kurvenbogen wird um die  $x$ -Achse rotiert. Dadurch entsteht ein zwiebel-förmiger, homogener Körper. Berechne das Trägheitsmoment bezüglich der  $x$ -Achse.



**9. Eine dünne homogene Quadratplatte (Länge der Quadratseite  $s$ , Masse pro Flächeneinheit  $\sigma$ ) rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um eine Diagonale. Wie gross ist die kinetische Energie  $T$  der Platte?**

**10.** Berechne die folgenden uneigentlichen Integrale, sofern sie existieren.

a)  $\int_0^8 (8-x)^{-\frac{1}{3}} dx;$

b)  $\int_1^\infty \frac{1}{x+x^3} dx;$

c)  $\int_0^\infty \frac{x dx}{\sqrt{1+x^4}};$

d)  $\int_2^\infty \frac{dx}{x \log x};$

e)  $\int_2^\infty \frac{dx}{x(\log x)^2};$

f)  $\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\lambda^2 + x^2} dx,$  wobei  $\lambda > 0$ .

g) Man finde den Wert für die Konstante  $K$ , für welchen das Integral

$$\int_0^\infty \left( \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{K}{x+2} \right) dx$$

konvergiert und berechne in diesem Fall das Integral.

*Hinweis:* Benutze die Identität  $\operatorname{arsinh}(x) = \log(x + \sqrt{1+x^2})$ .

Abgabe der schriftlichen Aufgaben am Mittwoch, 16. Dezember 2015 in den Schnellübungen. Die Multiple-Choice-Aufgaben sind online einzureichen.