

## Schnellübung 6

1. Berechne die Bogenlänge der *Kardioide*, die durch die folgende Gleichung in Polarkoordinaten gegeben ist:

$$\rho = 2a(1 + \cos \phi), \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi.$$

Dabei ist  $a > 0$  eine Konstante.

2. Wie gross ist die Fläche, welche von der Kardioide umschlossen wird?
3. Wir betrachten das Tetraeder mit Ecken in  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$ . Es sei  $h$  eine reelle Zahl zwischen 0 und 1.
- a) Berechne den Flächeninhalt  $S(h)$  des Schnittes des Tetraeders mit der Ebene  $z = h$ .
  - b) Berechne den Volumeninhalt  $V(h)$  des Tetraederstumpfes, der durch Abschneiden der Spitze durch die Ebene  $z = h$  entsteht. Was gilt für  $h = 1$ ?
4. Bestimme die Menge aller Parabeln der Form  $y = -ax^2 + b$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ , welche mit der  $x$ -Achse die Fläche  $\frac{4}{3}$  einschliessen.  
*Hinweis:* Skizziere die Situation!