D-MAVT, D-MATL
Prof. Dr. Urs Lang

Analysis I
HS 15

Schnellübung 7

1. Berechne alle ersten partiellen Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $f(x,y) = x\,;$

b) $f(x,y) = e^{xy}\,;$

c) $f(x,y) = x^y\,;$

d) $f(x,y) = \frac{x-y}{x^2+y^2}\,;$

e) $f(x,y) = x^2 y \sin(xy)\,.$

2. Bestimme die Richtungsableitung der Funktion f an der Stelle P in Richtung v in den folgenden Beispielen.
Hinweis: Normiere die Vektoren v zuerst.

a) $f(x,y) = 2x^2 + 2y^2$, $P = (3,3)$, $v = (-1,-3)^T$;

b) $f(x,y) = \log(x^2 + y^2)$, $P = (3,0)$, $v = (1,-1)^T$;

c) $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $P = (3,0)$, $v = (1,1)^T$.

3. Überprüfe die Integrabilitätsbedingung für die folgenden Funktionen $\varphi(x,y)$, $\psi(x,y)$. Finde, falls möglich, eine Funktion $f(x,y)$ (mit einem achsenparallelen Rechteck als Definitionsbereich) mit $f_x = \varphi$ und $f_y = \psi$.

a) $\varphi(x,y) = \dfrac{1}{y}$, $\psi(x,y) = -\dfrac{x}{y^2}$;

b) $\varphi(x,y) = e^x \cos y$, $\psi(x,y) = e^x \sin y$;

c) $\varphi(x,y) = x \arctan y$, $\psi(x,y) = \dfrac{x^2}{2(1+y^2)} + \log y$;

d) $\varphi(x,y) = \dfrac{2+2y}{x^2+y^2}$, $\psi(x,y) = -\dfrac{2x-y}{x^2+y^2}$.

4. a) Bestimme die (Gleichung der) Tangentialebene an das Paraboloid $z = x^2 + y^2$ im Punkt (1,2,5).

b) Bestimme alle Tangentialebenen an das elliptische Paraboloid $z = 2x^2 + \dfrac{y^2}{4}$, welche parallel zur Ebene $E : x + y + z = 1$ sind.