

Serie 2

1. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- Jedes lineare Gleichungssystem mit mehr Gleichungen als Unbekannten hat keine Lösung.
- Jedes lineare Gleichungssystem mit weniger Gleichungen als Unbekannten hat mindestens eine Lösung.
- Jedes lineare Gleichungssystem mit der gleichen Anzahl von Gleichungen wie Unbekannten hat eine eindeutige Lösung.
- Keine der obigen Aussagen ist korrekt.

2. Geben Sie für a und b Bedingungen an, so dass das System

$$\begin{array}{rcccccl} 3x_1 & + & 2bx_2 & + & 4x_3 & = & 5 \\ 3x_1 & + & & & 4x_3 & = & 5 \\ & & 2bx_2 & + & 3ax_3 & = & b \end{array}$$

- (a) Lösungen mit *zwei* freien Parametern besitzt,
- (b) Lösungen mit *einem* freien Parameter besitzt,
- (c) eindeutig lösbar ist,
- (d) keine Lösung hat,

und geben Sie in jedem Fall die Lösungsmenge an.

3. *Dimensionsanalyse des Strömungswiderstands eines Schiffes:*

Im cgs-Masssystem gilt für die Einheiten:

Dichte des Wassers	ρ	$: cm^{-3}g^1sec^0,$
Schiffsgeschwindigkeit	v	$: cm^1g^0sec^{-1},$
benetzte Oberfläche	\mathcal{O}	$: cm^2g^0sec^0,$
Schiffsmasse	m	$: cm^0g^1sec^0,$
Bremsverzögerung	a	$: cm^1g^0sec^{-2}.$

a) Welche Formeln des Typs

$$\rho^\alpha v^\beta \mathcal{O}^\gamma m^\delta a^\varepsilon = K$$

sind vom Masssystem her möglich, wenn K eine dimensionslose Zahl sein soll?

- b) Welche Formeln ergeben sich für die Widerstandskraft $F = ma$?

Bemerkung: Die gefundene Lösung ist bei Schiffbauingenieuren tatsächlich in Gebrauch.

4. Gegeben seien die zwei linearen Gleichungssysteme $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}_i$, $i = 1, 2$, mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestimmen Sie mit dem Gauss-Algorithmus die Lösungsmengen der beiden Gleichungssysteme.
- b) Lösen Sie die Aufgabe nochmals mit Hilfe von MATLAB.

5. (Fakultativ) Trainings-Applet *Gauss-Algorithmus Zeilenstufenform* auf <http://www.lemuren.math.ethz.ch/coursesupport/exercise/linalg>.

Bemerkungen:

- i) Das Applet hat einen Demo- und einen Trainingsmodus.
- ii) Das Applet zeigt nur die linke Seite der erweiterten Matrix eines linearen Gleichungssystems.