

Serie 4

1. Gegeben seien die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B := \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Es gilt ...

- a) $(AB)^T = A^T B^T$,
 richtig
 falsch
- b) $(AB)^T = B^T A^T$,
 richtig
 falsch
- c) $A^T A$ ist symmetrisch,
 richtig
 falsch
- d) AA^T ist symmetrisch.
 richtig
 falsch
- e) Ist C eine beliebige quadratische Matrix, so ist $C + C^T$ symmetrisch.
 richtig
 falsch

2. Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

- a) Bilden Sie, sofern definiert, die folgenden Matrixprodukte:
 $AB, BA, Ax, A^2 := AA, B^2, BB^T, B^T B, y^T x, yx, xy^T, B^T y, y^T B.$
- b) Lösen Sie (a) nochmals mit Hilfe von MATLAB.

c) Gegeben seien die folgenden Matrizen und Vektoren

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

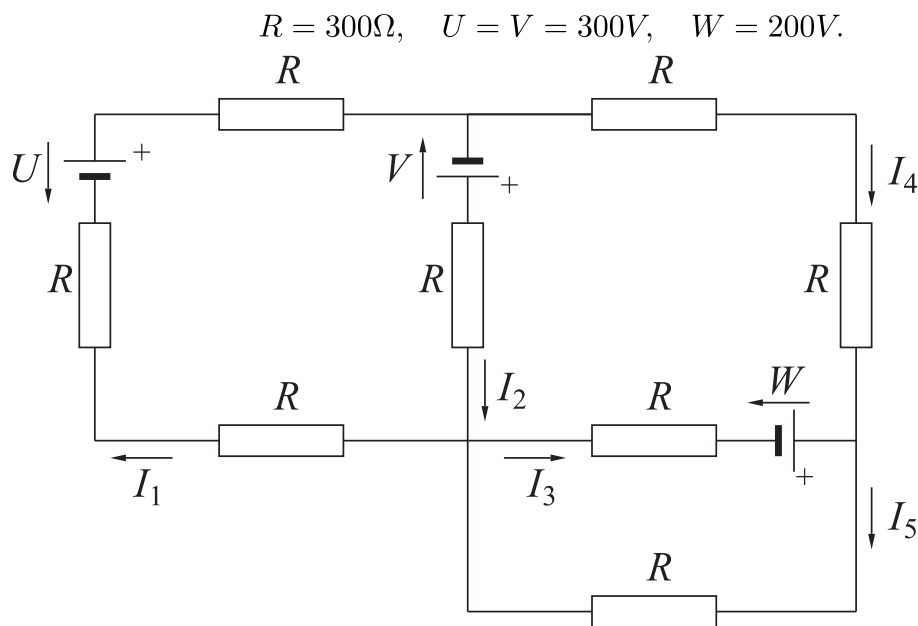
wobei $\phi = \pi/3$. Zeichnen Sie das Dreieck mit den Ecken a, b, c . Wenden Sie die Matrix R auf die Vektoren an und zeichnen Sie auch das entsprechende neue Dreieck. Was bedeutet das Anwenden von R geometrisch?

3. Kirchhoffsche Regeln

Für elektrische Stromkreise gelten die folgenden Regeln:

- Die Summe der Teilströme in jedem Knoten ist Null.
- Die Summe der Teilspannungen in jeder Masche ist Null.

Bestimmen Sie das lineare Gleichungssystem für die fünf Teilströme des skizzierten Gleichstromkreises und lösen Sie es für



4. Polynominterpolation

Gegeben sind die Funktionswerte f_0, f_1, \dots, f_n über den Abszissen x_0, x_1, \dots, x_n . Gesucht ist das interpolierende Polynom

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n.$$

Es soll also gelten

$$p(x_i) = f_i, \quad \text{für } 0 \leq i \leq n.$$

a) Man bestimme das Gleichungssystem für die Koeffizienten a_0, a_1, \dots, a_n in Matrixschreibweise.

b) Man bestimme das Interpolationspolynom für

$$\begin{array}{c|ccccc} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline f_i & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \end{array} \quad (n = 4).$$

c) Man betrachte die Polynome

$$\ell_i(x) := \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

Welche Werte nimmt ℓ_i in den Punkten x_k an? Man bestimme die Lösung von b) mit Hilfe der Polynome ℓ_i (Lagrangesche Interpolationsformel).