

Serie 6

1. a) Sei A symmetrisch und regulär. Dann ist auch A^{-1} symmetrisch.

richtig

falsch

- b) Sei

$$A = \begin{pmatrix} \frac{a}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{a}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{a}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$

Dann ist A genau für $a = \pm\sqrt{3/2}$ orthogonal.

richtig

falsch

- c) Es gibt orthogonale Matrizen, die singular sind.

richtig

falsch

2. a) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass A regulär ist.

- b) Für welche Werte des Parameters γ ist

$$B = \begin{pmatrix} 2 & \gamma & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & \gamma \end{pmatrix}$$

singular?

3. Sei I_2 die 2×2 -Einheitsmatrix und $u = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})^T$.
- a) Für welche Werte des Parameters α ist die Matrix $V := I_2 - \alpha u u^T$ orthogonal?
- b) Lösen Sie für die in a) ermittelten Werte von α das Gleichungssystem

$$Vx = \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

ohne den Gauss-Algorithmus zu benutzen.

- c) Kontrollieren Sie a) und b) mit MATLAB.

4. Gegeben sei die 2×2 -Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

- a) Für welche a, b, c, d ist A regulär?
- b) Bestimmen Sie für die in a) ermittelten Werte von a, b, c, d die Inverse A^{-1} .

5. (Ohne Abgabe) Das erste der zwei Trainings-Applets zum Thema *Orthogonale Abbildungen* auf

www.lemuren.math.ethz.ch/coursesupport/exercise/linalg