

Serie 8: Fakultativer Online-Test

1. Diese Serie besteht nur aus Multiple-Choice-Aufgaben und wird nicht vorbesprochen. Die Nachbesprechung findet am 27. November 2015 in der Übungsstunde statt. Bei einigen Aufgaben sind mehrere Antworten richtig. Viel Erfolg!
-

Bestimmen Sie das Produkt $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

i) $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

ii) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

iii) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

2. Berechnen Sie

$$4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{5}{6} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \frac{2}{15} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}.$$

i) $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -\frac{7}{10} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}$

ii) $\begin{pmatrix} 4 & -10 \\ \frac{7}{9} & 0 \end{pmatrix}$

iii) $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -\frac{46}{15} & -\frac{8}{5} \end{pmatrix}$

iv) $\begin{pmatrix} 0 & -16 \\ \frac{8}{9} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$

v) Keine der genannten Möglichkeiten.

3. Bestimmen Sie die Inverse der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

i) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

ii) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

iii) Die Matrix ist nicht invertierbar.

4. Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aus dieser möchten wir die erste Spalte extrahieren. Das heisst, das Produkt von rechts oder links mit einer weiteren Matrix ist die erste Spalte von A . Für welche der folgenden Möglichkeiten ist dies gegeben?

i) Multiplikation von links mit $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

ii) Multiplikation von rechts mit $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

iii) Multiplikation von links mit $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

iv) Multiplikation von links mit $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

v) Multiplikation von rechts mit $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

5. Sei A eine 4×4 -Matrix. Dann sind folgende Aussagen äquivalent:

i) $Ax = b$ hat für jedes b höchstens eine Lösung.

ii) $Ax = b$ hat für jedes b mindestens eine Lösung.

i) Richtig.

ii) Falsch.

6. Für die reelle Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

und den reellen Vektor $b = (1, 2, 0)^\top$ hat das lineare Gleichungssystem $Ax = b \dots$

i) eine eindeutige Lösung.

ii) keine Lösung.

iii) eine Lösungsmenge mit zwei freien Parametern.

iv) eine Lösungsmenge mit einem freien Parameter.

7. Sei A eine 2×3 -Matrix. Dann existiert eine 3×2 -Matrix B , welche nicht die Nullmatrix ist, aber trotzdem gilt $AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

i) Richtig.

ii) Falsch.

8. Für die reelle Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

hat das lineare Gleichungssystem $Ax = 0 \dots$

- i) keine Lösung.
- ii) eine eindeutige Lösung.
- iii) eine Lösungsmenge mit einem freien Parameter.
- iv) eine Lösungsmenge mit zwei freien Parametern.

9. Für die reelle Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ -2 & 0 & -12 & a^2 - 7 \\ 0 & -1 & 7a + 5 & 5 \end{pmatrix}$$

gilt:

- i) Für $a = 1$ ist B nicht invertierbar.
- ii) $\text{Rang } B \geq 3 \quad \forall a \in \mathbb{R}$.
- iii) Für $a = 0$ ist $\det B = 0$.

10. Der Rang von

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

beträgt...

- i) 0.
- ii) 1.
- iii) 2.
- iv) 3.
- v) 4.

11. Seien A, B zwei symmetrische Matrizen. Dann ist das Produkt AB auch symmetrisch.

- i) Richtig.
- ii) Falsch.

12. Gegeben sei eine orthogonale Matrix A mit Inverser A^{-1} . Dann gilt:

- i) $A^{-1} = A^T$
- ii) $A^{-1} = 2A$
- iii) $A^{-1} = -A$
- iv) Die Inverse existiert nicht.
- v) Keine der genannten Möglichkeiten.

13. Gegeben seien:

$$A_1 := \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad A_2 := \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Dann gilt:

- i) A_1 ist nicht orthogonal.
- ii) A_2 ist nicht orthogonal aber die inverse A_2^{-1} ist es.

14. Gegeben seien:

$$A_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 := \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Dann gilt:

- i) A_2 ist orthogonal.
- ii) A_1 ist orthogonal.
- iii) Keine der genannten Möglichkeiten.

15. Sei A eine $m \times n$ -Matrix mit $m > n$, so dass $A^T A$ die Einheitsmatrix \mathbf{I}_n ist. Dann gilt:

- i) A ist orthogonal und $\|A\mathbf{x}\| = \|\mathbf{x}\|$ für alle Vektoren $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.
- ii) A ist nicht orthogonal, aber trotzdem gilt $\|A\mathbf{x}\| = \|\mathbf{x}\|$ für alle $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.
- iii) Sei B eine $n \times m$ -Matrix, so dass BA orthogonal ist. Dann ist auch AB orthogonal.

16. Gegeben sei die $n \times n$ -Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & \\ 2 & 1 & & & \\ 3 & 1 & * & & \\ \vdots & \vdots & & & \\ n & 1 & & & \end{pmatrix},$$

wobei nur die ersten beiden Spalten bekannt sind. Angenommen es existiert eine LR-Zerlegung $LR = A$, was können Sie darüber aussagen?

- i) Die erste Spalte von L ist $(1 \quad -2 \quad -3 \quad \dots \quad -n)^T$.
- ii) Die erste Spalte von L ist $(-1 \quad -2 \quad -3 \quad \dots \quad -n)^T$.
- iii) Die erste Spalte von L ist gleich der ersten Spalte von A .
- iv) Man muss die gesamte Matrix A kennen um die erste Spalte von L zu bestimmen.
- v) Der Eintrag r_{22} der Matrix R ist 0.
- vi) Der Eintrag r_{22} der Matrix R ist 1.
- vii) Der Eintrag r_{22} der Matrix R ist 3.
- viii) Man muss die gesamte Matrix A kennen um den Eintrag r_{22} der Matrix R zu bestimmen.