

## Serie 4

### 1. Berechne

- a)  $10!$                       c)  $\binom{7}{3}$                       e)  $\binom{45}{6}$                       g)  $\binom{20}{10}$   
b)  $12!$                       d)  $\binom{28}{26}$                       f)  $\binom{49}{6}$

### 2. (*Chu-Vandermonde-Identität*)

- a) Zeige mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes

$$\binom{m+n}{k} = \sum_{j=0}^k \binom{m}{j} \binom{n}{k-j}.$$

*Hinweis:*  $(1+x)^{m+n} = (1+x)^m(1+x)^n$

- b) Folgere aus **a**:  $\binom{2n}{n} = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j}^2$   
c) Berechne  $\binom{10}{5}$  mit Hilfe von **b** und durch Aufstellen des Pascalschen Dreiecks.  
d) Gib ein kombinatorisches Argument für die Identität in **a**.

### 3. (*Trinomische Formel*)

- a) Zeige, dass der binomische Lehrsatz als

$$(a+b)^n = \sum_{\substack{0 \leq j, k \leq n \\ j+k=n}} \frac{n!}{j!k!} a^j b^k$$

geschrieben werden kann.

- b) Verifiziere, dass

$$(a+b+c)^n = \sum_{\substack{0 \leq j, k, l \leq n \\ j+k+l=n}} \frac{n!}{j!k!l!} a^j b^k c^l$$

gilt.

**Bitte wenden!**

c) Multipliziere  $(a + b + c)^5$  aus.

**Abgabe der schriftlichen Aufgaben:** Montag, 19.10.2015, in der Übungsstunde.

**Vorlesungshomepage:** [http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2015/other/mathematik1\\_CHAB](http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2015/other/mathematik1_CHAB)