

Serie 4

1. Berechne

- a) $10!$ c) $\binom{7}{3}$ e) $\binom{45}{6}$ g) $\binom{20}{10}$
b) $12!$ d) $\binom{28}{26}$ f) $\binom{49}{6}$

2. (Chu-Vandermonde-Identität)

- a) Zeige mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes

$$\binom{m+n}{k} = \sum_{j=0}^k \binom{m}{j} \binom{n}{k-j}.$$

Hinweis: $(1+x)^{m+n} = (1+x)^m(1+x)^n$

- b) Folgere aus **a**: $\binom{2n}{n} = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j}^2$
c) Berechne $\binom{10}{5}$ mit Hilfe von **b** und durch Aufstellen des Pascalschen Dreiecks.
d) Gib ein kombinatorisches Argument für die Identität in **a**.

3. (Trinomische Formel)

- a) Zeige, dass der binomische Lehrsatz als

$$(a+b)^n = \sum_{\substack{0 \leq j, k \leq n \\ j+k=n}} \frac{n!}{j!k!} a^j b^k$$

geschrieben werden kann.

- b) Verifiziere, dass

$$(a+b+c)^n = \sum_{\substack{0 \leq j, k, l \leq n \\ j+k+l=n}} \frac{n!}{j!k!l!} a^j b^k c^l$$

gilt.

Bitte wenden!

c) Multipliziere $(a + b + c)^5$ aus.

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: Montag, 19.10.2015, in der Übungsstunde.

Vorlesungshomepage: http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2015/other/mathematik1_CHAB