Serie 6

1. Berechne den Grenzwert, wenn er existiert.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2-n+9}{n^4+6n^2-n}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{-3n^7+7n^4-21n^2-10}{6n^7-2042n^5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{4n^4+n}{23n^3+n+1}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(1+i)n^6-3n^5+(16-i)n^4+3n^2}{(1-i)n^6+in^5+4in^4-in}$

2. Schreibe die ersten vier Folgenglieder der Folgen (a_n), (b_n), (c_n) explizit hin. Man kann zeigen, dass diese Folgen konvergieren. Bestimme ihre Grenzwerte.

a) $a_0 = 0$, $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$

b) Sei $x > 0$. $b_0 = 1$, $b_{n+1} = \frac{1}{2}\left(b_n + \frac{x}{b_n}\right)$

c) Sei $F_0 = 1$, $F_1 = 1$ und $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ die Fibonacci-Folge. $c_n = \frac{F_{2n+1}}{F_{2n}}$

3. Zeige

a) Die Folge $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ist monoton wachsend.

b) Die Folge $b_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ ist monoton fallend.

c) Es gilt $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} b_n$.

Hinweis: $(1 + x)^n \geq 1 + nx$ für $x \geq 0$

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: Montag, 2.11.2015, in der Übungsstunde.

Vorlesungshomepage: `http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2015/other/mathematik1_CHAB`