

Serie 9

1. Betrachte die Abbildung $f : (0, 1) \rightarrow (0, \infty)$ gegeben durch $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$.

- a) Zeichne den Graphen von f .
- b) Für welche x gilt $f(x) = 2$?
- c) Ist f injektiv oder surjektiv? Ist f monoton steigend oder fallend?
- d) Bestimme das Bild von f .
- e) Berechne die Umkehrfunktion $g : \text{Bild}(f) \rightarrow (0, 1)$.

2. Rechne nach:

$$\ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{2k+1}$$

und schreibe die Reihe bis zur Ordnung 9 explizit hin.

3. Zeige

$$\binom{s+t}{k} = \sum_{j=0}^k \binom{s}{j} \binom{t}{k-j}$$

- a) für $s \in \mathbb{N}$ und $t \in \mathbb{C}$ durch Betrachten der beiden Seiten der Identität als Funktion von t .
- b) für $s, t \in \mathbb{C}$ durch Betrachten der beiden Seiten der Identität als Funktion von s .

Hinweis: In Serie 4, Aufgabe 2, wurde die Identität für $s, t \in \mathbb{N}$ gezeigt.

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: Montag, 23.11.2015, in der Übungsstunde.

Vorlesungshomepage: http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2015/other/mathematik1_CHAB