D-HEST, Mathematik III HS 2015
Prof. Dr. E. W. Farkas
R. Bourquin und M. Sprecher

Serie 2

1. Die komplexe Darstellung der Fourier-Reihe einer T-periodischen ($T > 0$) Funktion $f(x)$ lautet

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega x}$$

mit

$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T f(x)e^{-in\omega x}dx \quad \forall n \in \mathbb{Z}$$

wobei $\omega = \frac{2\pi}{T}$ die Kreisfrequenz ist. Bestimmen Sie die Koeffizienten c_n der Fourier-Reihe zu den Funktionen:

a) $g(x) = 1 - e^{-\frac{x}{2}}$ 2-periodisch mit $x \in [0, 2[$.

b) $h(x) = 1 - e^{-2\pi x}$ 1-periodisch mit $x \in [0, 1[$.

Bitte wenden!

2. Bestimmen Sie die trigonometrischen Koeffizienten a_n, b_n der (reellen) Fourier-Reihe zur 2π-periodischen Funktion f mit:

$$f(x) = \cos(\frac{x}{2}), \quad x \in [-\pi, \pi]$$

auf zwei verschiedene Arten:

a) durch direktes Ausrechnen mittels

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx, \quad n \geq 0$$
$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx, \quad n \geq 1$$

Hinweis: $\cos(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha + \beta)$ für beliebige $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

b) durch Berechnung der komplexen Koeffizienten c_n und Bestimmung von a_n, b_n aus c_n.

3. Eine 2π-periodische Funktion wird im Intervall $0 \leq x < 2\pi$ durch die Gleichung $f(x) = \exp(x)$ beschrieben.

a) Bestimmen Sie ihre Fourier-Reihe in *komplexer* Form.

b) Wie lauten die Koeffizienten ihrer reellen Form?