

Wahrscheinlichkeit und Statistik

Serie 12

Übung 12-1. Du erhältst den Auftrag, die Anzahl Ausfälle eines Systems zu überprüfen. Nach Angabe des Herstellers sollen erwartungsgemäss 0.5 Ausfälle/h eintreten. Gehe davon aus, dass die Anzahl Ausfälle Poisson-verteilt mit unbekanntem Parameter λ ist, und dass die einzelnen Ausfälle unabhängig voneinander sind. Die Analyse nach 6 Betriebsstunden hat nun folgendes Ergebnis gebracht:

Betriebsstunde i	1	2	3	4	5	6
Anzahl Ausfälle X_i	1	0	1	1	2	1

Aufgrund der hohen Anzahl der Ausfälle haben wir den Verdacht, dass λ grösser als die vom Hersteller angegebenen Anzahl Ausfälle ist. Prüfe anhand eines einseitigen Tests auf dem Niveau 2.5%, ob tatsächlich $\lambda = 0.5$ Ausfälle/h angenommen werden kann. Gib

1. das Modell,
2. die Nullhypothese,
3. die Alternativhypothese,
4. die Teststatistik,
5. die Verteilung der Teststatistik unter der Nullhypothese,
6. den Verwerfungsbereich,
7. den beobachteten Wert der Teststatistik, sowie
8. den Testentscheid

an.

Hinweis: Eine geeignete Teststatistik kann mit Hilfe des verallgemeinerten Likelihood-Quotienten gefunden werden.

Übung 12-2. Herr User hat das neue Betriebssystem 'Doors 2000' auf seinen Computer installiert und möchte nun wissen, ob sich die Zugriffszeit auf die Festplatte dadurch verändert hat. Mit dem neuen Betriebssystem erhält er folgende Zugriffszeiten (in ms):

5.62, 5.71, 5.79, 5.65, 5.15, 5.69.

Er geht davon aus, dass die Zeiten unabhängig voneinander und normalverteilt sind. Ohne 'Doors 2000' war die Zugriffszeit erfahrungsgemäss 5.8 ms.

- (a) Welchen Test wählt Herr User? Mit welcher Null- und Alternativhypothese arbeitet er? Führe den Test zum 1%-Niveau durch.
- (b) Ändert sich etwas am Testergebnis, wenn man die fünfte Beobachtung (5.15) durch 5.65 ersetzt? Wieso?

Übung 12-3. Eine Klimaanlage schafft es, die Raumtemperatur bis auf eine Standardabweichung von einem halben Grad Celsius konstant zu halten. Die angestrebte Raumtemperatur beträgt 20.00 Grad Celsius. An zehn aufeinanderfolgenden Tagen wurden die folgenden Temperaturen gemessen:

20.71, 19.76, 20.56, 21.39, 21.00, 19.67, 20.92, 20.31, 20.39, 20.72

Wir nehmen an, dass die gemessenen Temperaturen unabhängig voneinander und identisch normalverteilt sind.

- (a) Führe einen geeigneten Test auf dem 5%-Niveau durch, um zu beurteilen, ob die Klimaanlage wirklich auf den Sollwert von 20.00 Grad geeicht ist.
- (b) Berechne das kleinste Niveau, auf dem der Test die Nullhypothese noch verwirft (diese Grösse heisst P-Wert)?

Challenge Serie 12. 500 Ameisen werden auf einem Seil von 1 Meter Länge gelegt (unabhängig und gleichmässig). Jede Ameise läuft (zufällig und mit gleicher Wahrscheinlichkeit) mit einer Geschwindigkeit von 1 Meter pro Minute auf eines der beiden Enden des Seils zu bis es runter fällt. Dabei wird angenommen, dass die Ameisen 'unendlich klein' sind und wenn zwei Ameisen miteinander kollidieren, dann wechselt jede die Richtung ('unendlich schnell' sodass kein Zeitverlust beim ändern der Richtung entsteht) und läuft wieder mit 1 Meter pro Minute weiter. Was ist die erwartete Zeit bis alle Ameisen vom Seil herunter gefallen sind?

Weitere Informationen finden Sie unter

www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2015/other/statistik_INFK und
www.math.ethz.ch/assistant_groups/gr3/praesenz.