Zu den Vorträgen des Seminars Mathematische Logik

Für das Seminar sehen wir folgende Literatur vor:
[E]: H.-D. Ebbinghaus, Einführung in die Mengenlehre;
[H]: S. Hedman, A First Course in Logic;
[R]: W. Rautenberg, Einführung die Mathematische Logik;
[S]: W. Rautenberg, Grundkurs Mengenlehre (Skript).

Unsere Auswahl und Reihenfolge der Themen ist im Wesentlichen wie in [R]. Ebenso beziehen sich nummerierte Sätze/Lemmata in den Themenbeschreibungen auf die jeweils rechts angegebenen Kapitel aus[R]. Die Themen werden mehrheitlich auch im umfangreicheren [H] behandelt, welches wir zur ergänzenden Lektüre empfehlen.

Themen	Literatur	Dauer
1. Grundlagen, Aussagenlogik, Semantisch Äquivalenz Definiton/Erklärung von: Boolesche Funktion, Formel, Beweisprinzip durch Formelinduktion, Variablenbelegung, Repäsentation einer Booleschen Funktion, ausssagenlogisches Folgern, Tautologien. Auswahl geeigneter Beispiele. *Felix Hensel*	[R]: 1.1-1.3 ([H]: 1.1-1.2)	60 Min.
2. Aussagenlogischer Kalkül, Vollständigkeitssatz Definition des aussagenlogischen Kalküls, Beispiele beweisbarer Regeln, Beweisprinzip durch Regelinduktion, Erarbeitung des Vollständigkeits- und des Kompaktheitssatzes. *Salome Vogelsang*	[R]: 1.4 ([H]: 1.4,1.5.,1.9)	60
3. Aussagenlogischer Hilbertkalkül Definition des Hilbertkalküls und Beweis des Vollständigkeitssatzes. *Zak Turcinovic*	[R]: 1.6	45
4. Syntax Prädikatenlogik, Beispiele von Strukturen Definition von: (L-)Struktur, Homomorphismus, bzw. Isomorphismus zwischen L-Strukturen. Einige Beispiele von Strukturen, Definition der prädikatenlogischen Syntax. *Linda Raabe*	[R]: 2.2, 2.1.1-2.1.3 ([H]: 2.1-2.4,2.6)	60
5. Semantik elementarer Sprachen Definition von: Modell, Erfüllungsrelation, semantisches Folgern. Beweise bzw. Beweisskizzen der Sätze 3.1-3.5. *Tobias Sodoge*	[R]: 2.3 ([H]: 2.3)	60

<u>6. Russellsche Antinomie, Folgerungseigenschaften, Theorie</u> Nachweis der Nichtexistenz einer Allmenge. Nachweis einiger ausgewählter Folgerungseigenschaften. Definition des Theoriebegriffes, sowie der zugehörigen Begriffe in einer klaren und übersichtlichen Darstellung. *Fabian Frei*	[R]: 2.4,2.5 ([H]: 2.7)	60
<u>7. Spracherweiterungen</u> Definition von: explizite Definition eines Relations- bzw. eines Operationssymbols, definitorische bzw. konservative Erweiterung. Beweis der Eliminationssätze. *Sara Svaluto-Ferro*	[R]: 2.6 ([H]: 2.3)	30
<u>8. Zermelo-Fränkel Axiome der Mengenlehre</u> Definition der ZFC-Axiome und Gewinnung fundamentaler Begriffe der Mathematik aus diesen Axiomen wie z.B. des Kartesischen Produkts, des Funktionsbegriffs, des Lemmas von Zorn. *Laura Casalena*	[E]: 3 ([S]: 2, 3)	60
<u>9. Peano-Axiome der natürlichen Zahlen</u> Definition der Peano-Axiome. Existenznachweis eines Nicht-standard-Modells (in der Sprache erster Ordnung). Übersetzung der Axiome in den mengentheoretischen Rahmen (i.e. Definition einer Peano-Struktur), Existenz und Eindeutigkeitsnachweis (bis auf Isomorphie) eines Modells. Bezugnahme auf weitere Eigenschaften der Peano-Struktur, z.B. auf die Rekursionstheoreme. F*ilippo Leonardi*	[E]: 3, 4.1, 4.2. [R]: 3.3 ([S]: 2, 3)	45
<u>10. Syntaktisches Folgern und Korrektheit</u> Definition des prädikatenlogischen Kalküls. Der Endlichkeitssatz und die Korrektheit als Folge der Regelinduktion. Einige Beispiele. *Merlin Bärtschi*	[R]: 2.5, 3.1 ([H]: 3.1)	45
<u>11. Vollständigkeitssatz</u> Beweis des Vollständigkeitssatzes mit Hilfe bestimmter Spracherweiterungen und Henkin-Mengen. *Alexander Heindl*	[R]: 3.2 ([H]: 4.3)	60
<u>12. Kompaktheitssatz, Löwenheim-Skolem</u> Beweis und einige Anwendungen des Kompaktheitssatzes und des Satzes von Löwenheim-Skolem (u.a. Paradoxie von Skolem). *Benjamin Miesch*	[R]: 3.3-3.4 ([H]: 4.3)	45

13. Hilbertkalkül der Prädikatenlogik Definition des Hilbertkalküls und Beweis des Vollständigkeitssatzes. *Emil Joergensen*	[R]: 3.6	30
14. Rekursive Funktionen Definition (primitiv) rekursiver Funktionen und Prädikate. Nachweis der Rekursivität einiger (insbesondere im Hinblick auf den Beweis der Unvollständigkeitssätze wichtiger) Funktionen und Prädikate. Gliederung in klare Sätze! Kapitel 6.1 in R ohne Gödelzahlen. *Patrik Lengacher*	[R]: 6.1 ([H]: 7.1, 7.2)	45
15. Gödelzahlen Definition einer Gödelzahl und Beweis der (primitiven) Rekursivität später benötigter Funktionen und Prädikate. Gliederung in klare Sätze! Kapitel 6.1 in R ab Gödelzahlen. *Sara Svaluto-Ferro*	[R]: 6.1 ([H]: 8.4)	30
16. Gödelisierung von Formeln Gödelisierung von Zeichenfolgen, Beweis bzw. Beweisskizze der Rekursivität der Mengen aller Terme, bzw. Formeln, bzw. logischen Axiome. Definition zweier Beweisbarkeitsprädikate und Nachweis ihrer (primitiven) Rekursivität. *Angelo Abächerli*	[R]: 6.2 ([H]: 8.4)	60
17. Repräsentierbarkeit arithmetischer Prädikate Definition der Repräsentierbarkeit von Prädikaten und Funktionen, Auswahl an Beispielen, Beweis(skizzen) der Lemmata 3.3-3.5. Auf die Präzisierung durch Σ_1-, Π_1- und Δ_0-Formeln gehen wir aber nicht ein und formulieren die Lemmata entsprechend. Die Resultate wollen wir zudem nur für die Theorie PA formulieren, und nicht für sämtliche Erweiterungstheorien von Q. *Michael Schatz*	[R]: 6.3 ([H]: 8.2)	45

<u>18. Repräsentationssatz</u> Erarbeitung der Rekursivität der β-Funktion und ihrer Eigenschaften formuliert in Lemma 4.1. Beweis des Repräsentationssatzes für rekursive Funktionen und des Korollars 4.3. Formaler Beweis für die Rekursivität einer vollständigen axiomatisierbaren Theorie. Definition der Substitutionsfunktion und klare Darstellung ihrer für das Fixpunktlemma zu den Unvollständigkeitssätzen benötigter Eigenschaften (inklusive der Eigenschaft (∗) in Abschnitt 6.2 aus R). *Dimitri Wyss*	[R]: 6.4 ([H]: 8.2)	75
<u>19. Gödels erster Unvollständigkeitssatz</u> Beweis des Fixpunktlemmas, des Nichtdefinierbarkeitslemmas und der beiden Versionen des ersten Unvollständigkeitssatzes (Satz 5.1 und 5.1'). *Stephan Tornier*	[R]: 6.5 ([H]: 8.3,8.5)	60
<u>20. Ableitungsbedingungen</u> Definition der formalen Konsistenzaussage, sowie der Ableitungsbedingungen D1-D3. Nachweis Letzterer für die Theorie PA. *Regula Krapf*	[R]: 7.1	60
<u>21. Gödels zweiter Unvollständigkeitssatz</u> Beweis des zweiten Unvollständigkeitssatzes. *Emil Joergensen*	[R]: 7.2 ([H]: 8.5)	30